

Talousmatematiikan perusteet ORMS.1030

Matti Laaksonen
Matemaattiset tieteet
Vaasan yliopisto

- ▶ Vastaanotto to 11-12 huone D211/Tervahovi
- ▶ Sähköposti: matti.laaksonen@uwasa.fi
- ▶ Opettajan kotisivu: <http://lipas.uwasa.fi/~mla/>
- ▶ Kurssi: <http://lipas.uwasa.fi/~mla/orms1030/>

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Talousmatematiikan perusteet

orms.1030 Vaasan yliopisto / kevät 2012

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

ORMS1030 Talousmatematiikan perusteet, 5 op / 3 ov

Tunniste	ORMS1030	Voimassaolo	01.09.2005 -
Nimi	Talousmatematiikan perusteet	Lyhenne	Talousmatem.per
Laajuus	5 op / 3 ov	Vanhenemisajka	
Tyyppi	Perusopinnot	Oppiaine	TMA Talousmatematiikka
Laji	Opintojakso	Tuntimäärä	
Opinto-oikeus		Arvostelu	hyv-hyl
Suosittelusuoritusajka		Jatko-opintokelpoinen	ei
		Voidaan suorittaa useasti	ei
Vastuuyksikkö	Matemaattisten tieteiden laitos		

Opintokohteen yleinen oppimateriaali:

Tekijä	Nimike	Vuosi	Pakollinen	Saatavuus
Sydsæter, Knut.	Essential mathematics for economic analysis / Knut Sydsæter and Peter Hammond	2006 -		Saatavuus

Kuvaus:

Tavoitteet	opintojakson suoritettuaan opiskelija osaa derivoida ja integroida polynomifunktion ja eksponenttifunktion, opiskelija osaa muodostaa mallin ja ratkaista sen (LP-malli, varastomalli, voitonmaksimointi), opiskelija osaa diskontata kassaerän ja laskea kassavirran nykyarvon, opiskelija osaa laskea tasaerälainan annuiteetin, opiskelija osaa verrata investointiprojektien kannattavuutta eri mittareilla, opiskelija osaa ratkaista lineaarisen yhtälöryhmän, osaa laskea matriiseilla, osaa laskea determinantin ja määrittää käänteismatriisin, opiskelija osaa käyttää Cramerin kaavoja, opiskelija osaa selittää panos-tuotos -analyysin periaatteen
Sisältö	finanssilaskentaa, ääriarvotehtäviä, integraalilaskentaa, lineaarialgebraa, differentiaalilaskentaa, indeksit
Oppimateriaalit	1. Matti Laaksonen, Talousmatematiikan perusteet (luentomoniste) oheislukemista: Sudsaeter K. & Peter Hammond, Essential Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall
Toteutustavat	luennot 48 h ja harjoitukset 20 h
Suoritustavat	a) osallistuminen harjoituksiin ja välikokeet (hyväksytyin osallistumisen kriteeri ilmoitetaan ensimmäisellä luennolla ja opintojakson verkkosivulla) tai b) tentti
Opettajat	Matti Laaksonen

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

ORMS = ?

O = Operation
R = Research and
M = Management
S = Science

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

ORMS = ?

O = Operation
R = Research and
M = Management
S = Science

”Operaatiotutkimus ja Johtamistiede”

- ▶ hakee optimia
- ▶ rakentaa malleja
- ▶ käyttää tietokoneita

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Kurssin aikataulu

vko	pvm	aika	aiheita	Aiheet	har
2	ke	11.1.	16-18	Alkuinfo, kertausta L1,	ORMS.1030
	pe	13.1.	10-12	Yhtälöt, Prosentti, L2	ORMS.1030
3	ti	17.1.	14-16	Funktioita, L3, Raja-arvo, Jatkuvuus	Aikataulu
	to	19.1.	12-14	Derivaatta, L4, Interpolointi, Joustot,	Harjoitukset
4	ma	23.1.	12-14	Voitonmaksimointi, L5, (K6)	Materiaalit
	ke	25.1.	16-18	Varastomallit, (kalvot)	Laskemisen historiaa
5	ma	30.1.	12-14	Varastomallit, Korkolasku, Summat	L6
	ke	1.2.	16-18	Diskonttaus, Annuiteetti, L7	H3
6	ma	6.2.	12-14	Excel, Osamaksukauppa	L8
	ke	8.2.	16-18	Kassakertymä Nykyarvo, L9	H4
7	ma	13.2.	12-14	Sisäinen korkokanta, kannatt. mittareita	H5
	ke	15.2.	16-18	Kertaus (kalvot), Koe 2007v1, (ratk)	
8					
9	ma	27.2.	12-14	1. välikoe	

Kurssin aikataulu

vko	pvm	aika	aiheita		
9	ke	29.2.	14-16	Integrointi, K9, kassavirta	H6
10	ma	5.3.	12-14	Kannattavuuden mittareita, K10	H7
	ke	7.3.	14-16	LP-mallit, K11, L11/Giapetto	H8
11	ma	12.3.	12-14	Indeksit, L12 Lin. yhtälöryhmä	H9
	ke	14.3.	14-16	Matriisit, Käänteismatriisi, K14	H10
12	ma	19.3.	12-14	Determinantit L14, K15, K16	
	ke	21.3.	14-16	Matriisin kääntäminen, K17	
13	ma	26.3.	12-14	Cramerin kaavat, K18, Excel	
	ke	28.3.	14-16	Panos-tuotos -analyysi, PNS	
14					
15	ke	11.4.	14-16	Kertaus, koe 2007v2,	
16	ma	16.4.	12-14	2. välikoe	
17	pe	27.4.	12-15	1. Tentti	
22	la	2.6.	12-15	2. tentti	

Aiheet

har

ORMS.1030

H6

ORMS.1030

H7

Aikataulu

Harjoitukset

H8

kikurssi

H9

Materiaalia

H10

kemisen

historia

Harjoitukset

Luennot salissa A202		Harjoitukset		
Ke 16-18	(2-2)	R1:	Ma 10-12 (3-7, 9-13)	D115
Pe 10-12	(2-2)	R2:	Ma 14-16 (3-7, 9-13)	D102
Ti 14-16	(3-3)	R3:	Ti 8-10 (3-7, 9-13)	D102
To 12-14	(3-3)	R4:	To 8-10 (3-7, 9-13)	D115
Ma 12-14	(4-7)	R5:	To 14-16 (3-7, 9-13)	D102
Ke 16-18	(4-7)	R6:	Pe 8-10 (3-7)	D102
Ma 12-14	(9-13)		Pe 8-10 (4)	D115
Ke 14-16	(9-13)		Ma 8-10 (9-13)	D102
Ke 14-16	(15-15)	R7:	Pe 10-12 (3-7, 9-13)	D115
Ma 12-14	(16-16)		Pe 10-12 (4)	D119

	ma	ti	ke	to	pe
8-10	uusi?	R3(66)		R4(37)	R6(37)
10-12	R1(67)	uusi?		uusi?	R7(42)
12-14	L	*****	*	****	
14-16	R2(45)	**	L(4-7)	R5(111)	
16-18	uusi?		L(9-13)	uusi?	

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

ORMS0010 Talousmatematiikan tukikurssi, (0 op)

Opettaja: Christina Gustafsson

Ti	12-14	Viikot	2- 2	Salissa D102
Ke	12-14	Viikot	3- 3	Salissa D102
Ti	12-14	Viikot	4- 7	Salissa D102
Ti	14-16	Viikot	9-10	Salissa D102
To	12-14	Viikot	11-13	Salissa C209
To	12-14	Viikot	15-15	Salissa C209

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

ORMS0010 Talousmatematiikan tukikurssi, (0 op)

Opettaja: Christina Gustafsson

Ti	12-14	Viikot	2- 2	Salissa D102
Ke	12-14	Viikot	3- 3	Salissa D102
Ti	12-14	Viikot	4- 7	Salissa D102
Ti	14-16	Viikot	9-10	Salissa D102
To	12-14	Viikot	11-13	Salissa C209
To	12-14	Viikot	15-15	Salissa C209

- ▶ Kenelle?
- ▶ Mitä asioita?
- ▶ Millä tavalla?

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Kirjoja yms.

- ▶ Oma vanha peruskoulun tai lukion oppikirja.
- ▶ Kurssilla käytetty materiaali (verkkosivun linkit)
- ▶ Peruskoulun kertausmateriaali: **ManMath**
(<http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/>)
- ▶ Etälukion pitkän matematiikan materiaali: **Etälukio/maa**
(<http://www02.oph.fi/etalukio/maa.html>)
- ▶ Ruth Hasan – Tuula Kinnunen: *Talousmatematiikan perusteet*, Turun kauppakorkeakoulun julkaisuja, sarja B-1:1997, ISBN 951-738-898-5
- ▶ Markku Kallio, Pekka Korhonen, Seppo Salo: *Johdatus kvantitatiiviseen analyysiin taloustieteissä*, 2. painos, (Aalto yliopisto) Hakapaino Oy, Helsinki, 2000, ISBN 952-91-3027-9

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Ennen kymmenjärjestelmää

- ▶ 60-järjestelmä (Babylonia 2500eKr – Eurooppa 1200jKr)

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Ennen kymmenjärjestelmää

- ▶ 60-järjestelmä (Babylonia 2500eKr – Eurooppa 1200jKr)
- ▶ kaksinkertainen kirjanpito

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Ennen kymmenjärjestelmää

- ▶ 60-järjestelmä (Babylonia 2500eKr – Eurooppa 1200jKr)
- ▶ kaksinkertainen kirjanpito
- ▶ 60 on jaollinen luvuilla 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20 ja 30.
→ murtoluvuilla laskeminen hallittiin hyvin

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Ennen kymmenjärjestelmää

- ▶ 60-järjestelmä (Babylonia 2500eKr – Eurooppa 1200jKr)
- ▶ kaksinkertainen kirjanpito
- ▶ 60 on jaollinen luvuilla 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20 ja 30.
→ murtoluvuilla laskeminen hallittiin hyvin
- ▶ Edelleen tunti jaetaan 60 minuuttiin ja minuutti 60 sekuntiin

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Ennen kymmenjärjestelmää

- ▶ 60-järjestelmä (Babylonia 2500eKr – Eurooppa 1200jKr)
- ▶ kaksinkertainen kirjanpito
- ▶ 60 on jaollinen luvuilla 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20 ja 30.
→ murtoluvuilla laskeminen hallittiin hyvin
- ▶ Edelleen tunti jaetaan 60 minuuttiin ja minuutti 60 sekuntiin

Murtolukujen rooli

- ▶ Antiikin kreikkalainen Pythagoras (n. 580-500eKr) osoitti ettei kaikkia lukuja voida ilmaista murtolukuina

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Ennen kymmenjärjestelmää

- ▶ 60-järjestelmä (Babylonia 2500eKr – Eurooppa 1200jKr)
- ▶ kaksinkertainen kirjanpito
- ▶ 60 on jaollinen luvuilla 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20 ja 30.
→ murtoluvuilla laskeminen hallittiin hyvin
- ▶ Edelleen tunti jaetaan 60 minuuttiin ja minuutti 60 sekuntiin

Murtolukujen rooli

- ▶ Antiikin kreikkalainen Pythagoras (n. 580-500eKr) osoitti ettei kaikkia lukuja voida ilmaista murtolukuina
- ▶ Pythagoraalle kysymys oli tavattoman suuri, sillä hän oli perustanut uskonnollis-poliittisen liikkeen ja pyrki valtaan. Liikkeen motto oli, että ”kaikki maailmassa voidaan ilmaista kokonaislukujen suhteina”.

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

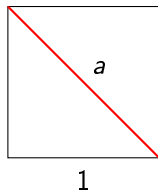
Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

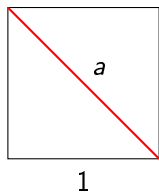
Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Pythagoran lauseen mukaan

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

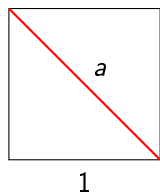
Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Pythagoran lauseen mukaan

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Jos nyt a on murtoluku $a = m/n$, missä m ja n ovat keskenään jaottomat, niin

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

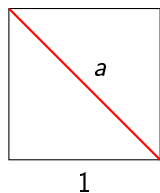
Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Pythagoran lauseen mukaan

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Jos nyt a on murtoluku $a = m/n$, missä m ja n ovat keskenään jaottomat, niin

$$\frac{m^2}{n^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2n^2 \quad \rightarrow \quad m \text{ on parillinen, } (m = 2k)$$

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

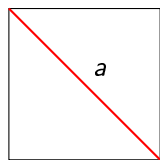
Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Pythagoran lauseen mukaan

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Jos nyt a on murtoluku $a = m/n$, missä m ja n ovat keskenään jaottomat, niin

$$\frac{m^2}{n^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2n^2 \quad \rightarrow m \text{ on parillinen, } (m = 2k)$$

$$\Leftrightarrow (2k)^2 = 2n^2$$

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

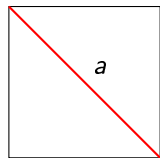
Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Pythagoran lauseen mukaan

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Jos nyt a on murtoluku $a = m/n$, missä m ja n ovat keskenään jaottomat, niin

$$\frac{m^2}{n^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2n^2 \quad \rightarrow m \text{ on parillinen, } (m = 2k)$$

$$\Leftrightarrow (2k)^2 = 2n^2$$

$$\Leftrightarrow 2k \cdot 2k = 2n \cdot n$$

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

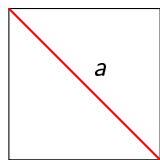
Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Pythagoran lauseen mukaan

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Jos nyt a on murtoluku $a = m/n$, missä m ja n ovat keskenään jaottomat, niin

$$\frac{m^2}{n^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2n^2 \quad \rightarrow m \text{ on parillinen, } (m = 2k)$$

$$\Leftrightarrow (2k)^2 = 2n^2$$

$$\Leftrightarrow 2k \cdot 2k = 2n \cdot n$$

$$\Leftrightarrow 2k^2 = n^2 \quad \rightarrow n \text{ on parillinen!?!?!}$$

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Johtopäätös edellisestä oli:

”On olemassa lukuja, jotka eivät ole murtolukuja”. Nykyään niitä sanotaan **irrationaaliluvuiksi** ($\sqrt{2}$, π , e , jne.)

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Johtopäätös edellisestä oli:

”On olemassa lukuja, jotka eivät ole murtolukuja”. Nykyään niitä sanotaan **irrationaaliluvuiksi** ($\sqrt{2}$, π , e , jne.)

Kymmenjärjestelmä

- Keksittiin Intiassa n. 500 jKr

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Johtopäätös edellisestä oli:

”On olemassa lukuja, jotka eivät ole murtolukuja”. Nykyään niitä sanotaan **irrationaaliluvuiksi** ($\sqrt{2}$, π , e , jne.)

Kymmenjärjestelmä

- ▶ Keksittiin Intiassa n. 500 jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen n. 825jKr otti käyttöön symbolin 0

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Johtopäätös edellisestä oli:

”On olemassa lukuja, jotka eivät ole murtolukuja”. Nykyään niitä sanotaan **irrationaaliluvuiksi** ($\sqrt{2}$, π , e , jne.)

Kymmenjärjestelmä

- ▶ Keksittiin Intiassa n. 500 jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen n. 825jKr otti käyttöön symbolin 0
- ▶ Samarkandilainen astronomi al-Kashi otti käyttöön kymmenkantaisen negatiivisen eksponentin n. 1400jKr

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Johtopäätös edellisestä oli:

”On olemassa lukuja, jotka eivät ole murtolukuja”. Nykyään niitä sanotaan **irrationaaliluvuiksi** ($\sqrt{2}$, π , e , jne.)

Kymmenjärjestelmä

- ▶ Keksittiin Intiassa n. 500 jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen n. 825jKr otti käyttöön symbolin 0
- ▶ Samarkandilainen astronomi al-Kashi otti käyttöön kymmenkantaisen negatiivisen eksponentin n. 1400jKr
- ▶ Skotlantilainen John Napier alkoi v. 1617 käyttää desimaalipilkkaa sen nykyisessä merkityksessä

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi


Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Johtopäätös edellisestä oli:

”On olemassa lukuja, jotka eivät ole murtolukuja”. Nykyään niitä sanotaan **irrationaaliluvuiksi** ($\sqrt{2}$, π , e , jne.)

Kymmenjärjestelmä

- ▶ Keksittiin Intiassa n. 500 jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen n. 825jKr otti käyttöön symbolin 0
- ▶ Samarkandilainen astronomi al-Kashi otti käyttöön kymmenkantaisen negatiivisen eksponentin n. 1400jKr
- ▶ Skotlantilainen John Napier alkoi v. 1617 käyttää desimaalipilkkaa sen nykyisessä merkityksessä
- ▶  **Boom** Laskeminen oli nyt helppoa.

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Kompleksiluvut

- ▶ Onko olemassa luku i , jolle $i^2 = -1$, eli onko olemassa

$$i = \sqrt{-1}$$

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Kompleksiluvut

- ▶ Onko olemassa luku i , jolle $i^2 = -1$, eli onko olemassa

$$i = \sqrt{-1}$$

- ▶ Useimmat pitivät ajatusta ihan pöhkönä. Alettiin etsiä ristiriitaa. Ristiriitaa ei tullut!

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Kompleksiluvut

- ▶ Onko olemassa luku i , jolle $i^2 = -1$, eli onko olemassa

$$i = \sqrt{-1}$$

- ▶ Useimmat pitivät ajatusta ihan pötkönä. Alettiin etsiä ristiriitaa. Ristiriitaa ei tullut!
- ▶ sovittiin, että kompleksilukuja $a + ib$ ja $c + id$ merkitään lukupareina (a, b) ja (c, d) ja lisäksi sovittiin laskutoimitukset

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Kompleksiluvut

- ▶ Onko olemassa luku i , jolle $i^2 = -1$, eli onko olemassa

$$i = \sqrt{-1}$$

- ▶ Useimmat pitivät ajatusta ihan pöhkönä. Alettiin etsiä ristiriitaa. Ristiriitaa ei tullut!
- ▶ sovittiin, että kompleksilukuja $a + ib$ ja $c + id$ merkitään lukupareina (a, b) ja (c, d) ja lisäksi sovittiin laskutoimitukset

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

- ▶ OUTOA, MUTTA EI ENÄÄ JÄRJENVASTAISTA!

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

- ▶ "järjetön käsite" muuttui "melko yksinkertaisiksi" olioiksi, joille on määritelty "aika erikoiset" laskutoimitukset

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

- ▶ "järjetön käsite" muuttui "melko yksinkertaisiksi" olioiksi, joille on määritelty "aika erikoiset" laskutoimitukset

- ▶ →  kvanttifysiikka,
atomipommi, tietokoneet, kännykkä, jne.

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

- ▶ "järjetön käsite" muuttui "melko yksinkertaisiksi" olioiksi, joille on määritelty "aika erikoiset" laskutoimitukset

- ▶ →  **CABOOM!!** kvanttifysiikka,

atomipommi, tietokoneet, kännykkä, jne.

- ▶ ryhmät, renkaat, kunnat, algebrat, joukot, avaruudet (abstrakteja struktuureja).
- ▶ Saatiin lopullisia ratkaisuja 4000 vuotta vanhoihin ongelmiin! (Viidennen asteen yhtälön ratkaisukaava.)

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Semanttinen paradoksi.

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

**Laskemisen
historiaa**

Semanttinen paradoksi.

- ▶ Määritellään luku a siten, että
"se on pienin kokonaisluku, jota ei voi määritellä
vähemmällä kuin 13 sanalla".

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Semanttinen paradoksi.

- ▶ Määritellään luku a siten, että
"se on pienin kokonaisluku, jota ei voi määritellä vähemmällä kuin 13 sanalla".
- ▶ Koska kielessä on äärellinen määrä sanoja, on myös vain äärellinen määrä tapoja asettaa 13 sanaa peräkkäin. On siis olemassa lukuja, joita ei voi määritellä 13 sanalla. On helppo perustella, että tässä joukossa on pienin. Siis luvun a määritelmä näyttäisi olevan kunnossa.

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Semanttinen paradoksi.

- ▶ Määritellään luku a siten, että
"se on pienin kokonaisluku, jota ei voi määritellä vähemmällä kuin 13 sanalla".
- ▶ Koska kielessä on äärellinen määrä sanoja, on myös vain äärellinen määrä tapoja asettaa 13 sanaa peräkkäin. On siis olemassa lukuja, joita ei voi määritellä 13 sanalla. On helppo perustella, että tässä joukossa on pienin. Siis luvun a määritelmä näyttäisi olevan kunnossa.
- ▶ Paradoksi syntyy siitä, että tulimme edellä määritelleeksi luvun a käyttäen vain 12 sanaa!

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Semanttinen paradoksi.

- ▶ Määritellään luku a siten, että
"se on pienin kokonaisluku, jota ei voi määritellä vähemmällä kuin 13 sanalla".
- ▶ Koska kielessä on äärellinen määrä sanoja, on myös vain äärellinen määrä tapoja asettaa 13 sanaa peräkkäin. On siis olemassa lukuja, joita ei voi määritellä 13 sanalla. On helppo perustella, että tässä joukossa on pienin. Siis luvun a määritelmä näyttäisi olevan kunnossa.
- ▶ Paradoksi syntyy siitä, että tulimme edellä määritelleeksi luvun a käyttäen vain 12 sanaa!
- ▶ Johtopäätös: matematiikassa tulee arkikielen sijasta käyttää formaalia kieltä.

Russell'n paradoksi.

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Russell'n paradoksi.

- ▶ Voiko joukko olla itsensä alkio? Ilmeisesti ”kaikkien joukkojen joukko” on itsensä alkio.

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Russell'n paradoksi.

- ▶ Voiko joukko olla itsensä alkio? Ilmeisesti ”kaikkien joukkojen joukko” on itsensä alkio.
- ▶ Bertrand Russel määritteli joukon

$$Ru = \{x|x \notin x\},$$

eli Ru muodostuu kaikista niistä olioista, jotka eivät ole itsensä alkioita).

Onko Ru itsensä alkio?

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Russell'n paradoksi.

- ▶ Voiko joukko olla itsensä alkio? Ilmeisesti "kaikkien joukkojen joukko" on itsensä alkio.
- ▶ Bertrand Russel määritteli joukon

$$Ru = \{x|x \notin x\},$$

eli Ru muodostuu kaikista niistä olioista, jotka eivät ole itsensä alkioita).

Onko Ru itsensä alkio?

- ▶ Jos Ru on itsensä alkio, niin se toteuttaa joukon määrittelevän ehdon eli $Ru \notin Ru$ (ei ole itsensä alkio).

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Russell'n paradoksi.

- ▶ Voiko joukko olla itsensä alkio? Ilmeisesti "kaikkien joukkojen joukko" on itsensä alkio.
- ▶ Bertrand Russel määritteli joukon

$$Ru = \{x | x \notin x\},$$

eli Ru muodostuu kaikista niistä olioista, jotka eivät ole itsensä alkioita).

Onko Ru itsensä alkio?

- ▶ Jos Ru on itsensä alkio, niin se toteuttaa joukon määrittelevän ehdon eli $Ru \notin Ru$ (ei ole itsensä alkio).
- ▶ Jos Ru ei ole itsensä alkio, niin se ei toteuta joukon määrittelevää ehtoa eli Ru on itsensä alkio.

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Russell'n paradoksi.

- ▶ Voiko joukko olla itsensä alkio? Ilmeisesti "kaikkien joukkojen joukko" on itsensä alkio.
- ▶ Bertrand Russel määritteli joukon

$$Ru = \{x|x \notin x\},$$

eli Ru muodostuu kaikista niistä olioista, jotka eivät ole itsensä alkioita).

Onko Ru itsensä alkio?

- ▶ Jos Ru on itsensä alkio, niin se toteuttaa joukon määrittelevän ehdon eli $Ru \notin Ru$ (ei ole itsensä alkio).
- ▶ Jos Ru ei ole itsensä alkio, niin se ei toteuta joukon määrittelevää ehtoa eli Ru on itsensä alkio.
- ▶ Kumpikin vaihtoehto johtaa ristiriitaan. \longrightarrow

Johtopäätös: kaikkien joukkojen joukko on mieletön ajatus!

Aiheet

ORMS.1030

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Matematiikka tänään

- ▶ Matematiikan kieli on Formaali logiikka & Joukko-oppi
- ▶ Tutkii struktuureja ja algoritmeja
- ▶ Käytännöllisiä sovelluksia, joiden taustalla oleva teoria kimuranttia
- ▶ Tietokoneet mahdollistavat uusia sovelluksia