Vaasan yliopisto, kevät 2012

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

10. harjoitus, viikko 13 (26.–30.3.2012)

R1	ma	10–12	D115	R4	to	08–10	D115
R2	ma	14–16	D102	R5	to	14–16	D102
R3	ti	08–10	D102	R6	pe	08–10	D102
				R7	pe	12–14	D102

Olkoon tutkittavina matriisit

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{ja} \quad \boldsymbol{N} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Laske a) determinantti b) transpoosi ja c) käänteismatriisi matriisille $\boldsymbol{M}$.

a) $$\det(M) = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = +0 - 0 + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (2 \cdot 4 - 3 \cdot 2) = \underline{\underline{2}}$$

b) $$M^T = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

c) $$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \cdot 1 \cdot \tfrac{1}{2} \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1{,}5 & 0 & 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \cdot 1{,}5$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -7{,}5 & 2 & -1{,}5 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} + \\ - \\ \cdot 7{,}5 \quad \cdot 5 \end{array}$$

$$\rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -1{,}5 & 7{,}5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1{,}5 & 7{,}5 \\ -1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Määritä rivioperaatioiden avulla käänteismatriisi matriisille $\boldsymbol{N}$.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{matrix} \cdot 1 & \cdot 3 \\ - & \\ & - \end{matrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} + & \\ \cdot 0{,}2 & \cdot 0{,}2 \\ & \cdot(-2) \end{matrix} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0{,}6 & 0{,}4 & 0 & 0{,}2 \\ 0 & 1 & -0{,}4 & -0{,}6 & 0 & 0{,}2 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}5 & -0{,}5 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} - & \\ & + \\ \cdot 0{,}6 & \cdot 0{,}4 \end{matrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0 & 1 & 0 & -0{,}4 & -0{,}2 & 0{,}2 \\ 0 & 0 & 1 & 0{,}5 & -0{,}5 & 0 \end{array}\right) \rightarrow N^{-1} = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ -0{,}4 & -0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}5 & -0{,}5 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Määritä adjungaatin avulla käänteismatriisi matriisille $\boldsymbol{N}$.

$$\det(N) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = +1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \cdot (-1 - (-2)) + (1 - (-3)) + (2 - (-3))$$

$$= 1 + 4 + 5 = 10$$

$$|N_{11}| = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1, \quad |N_{12}| = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 4, \quad |N_{13}| = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5$$

$$|N_{21}| = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3, \quad |N_{22}| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -2, \quad |N_{23}| = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5$$

$$|N_{31}| = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 2, \quad |N_{32}| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2, \quad |N_{33}| = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$N^{-1} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} +(1) & -(-3) & +(2) \\ -(4) & +(-2) & -(-2) \\ +(5) & -(5) & +(0) \end{pmatrix} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & -2 & 2 \\ 5 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Ratkaise Cramerin kaavoilla yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - 2y + z = -7 \\ y - 2z = 0 \\ 3x + 9y - 20z = 0 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 9 & -20 \end{vmatrix} = +1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 9 & -20 \end{vmatrix} - 0 + 3 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (-20-(-18)) + 3(4-1)$$

$$= 7$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} -7 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 9 & -20 \end{vmatrix} = +(-7)\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 9 & -20 \end{vmatrix} - 0 + 0 = 14$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & -20 \end{vmatrix} = -(-7)\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 3 & -20 \end{vmatrix} + 0 - 0 = 42$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \end{vmatrix} = +(-7)\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 21$$

$$x = \frac{D_1}{D} = \frac{14}{7} = 2$$

$$y = \frac{D_2}{D} = \frac{42}{7} = 6$$

$$z = \frac{D_3}{D} = \frac{21}{7} = 3$$

Vastaus $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \\ z = 3 \end{cases}$

5. Etsi jokin ei-triviaali ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} 3x - 3y + 4z = 0 \\ \quad\quad\ \ y - 2z = 0 \\ 3x + 9y - 20z = 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 9 & -20 & 0 \end{array}\right) \cdot 1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 12 & -24 & 0 \end{array}\right) \cdot 12$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} 3x - 3y + 4z = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = -4z & (1) \\ y = 2z & (2) \end{cases}$$

valitaan $z = 1$

$(2) \Rightarrow y = 2 \cdot 1 = 2$

$(1) \Rightarrow 3x - 3 \cdot 2 = -4 \cdot 1 \quad \Leftrightarrow 3x = 2$

$\Leftrightarrow x = 2/3$

Vastaus $\begin{cases} x = 2/3 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$

6. Kaupungissa on 10 000 taloutta, jossa pyykki pestää käyttäen jotakin kolmesta pesuaineesta "A", "B" tai "C". Pesuaine A on laadukasta ja vastaa hyvin kuluttajien tarpeita. Niistä kuluttajista, jotka edellisellä kerralla ostivat A-paketin 90% ostaa seuraavallakin kerralla A-paketin ja 10% vaihtaa pesuainetta (5% ostaa B-paketin ja 5% ostaa C-paketin). B-pesuaine ei ole yhtä laadukasta kuin A-pesuaine. B-pesuainetta ostaneista 80% pysyy samassa ja 20% vaihtaa merkkiä (10% ostaa A:ta ja 10 % ostaa C:tä). C-pesuaine on heikkolaatuisinta. Sen käyttäjista vain 50% ostaa samaa pesuainetta seuraavallakin kerralla ja 50% vaihtaa ainetta (25% ostaa A:ta ja 25% ostaa B:tä).

Indeksoidaan tuotteet luonnollisella tavalla: A ~ 1, B ~ 2 ja C ~ 3. Olkoon x_{jk} tuotteen j markkinaosuus "kierroksella" k. Silloin

$$x_{1k} + x_{2k} + x_{3k} = 10000, \forall k$$

Markkinaosuuksista saadaan osuusvektori

$$\vec{x}_k = \begin{pmatrix} x_{1k} \\ x_{2k} \\ x_{3k} \end{pmatrix}$$

Osuusvektorin odotusarvo kierroksella $k+1$ saadaan siirtymä-todennäköisyyksien perusteella lausekkeesta

$$\vec{x}_{k+1} = \begin{pmatrix} x_{1;k+1} \\ x_{2;k+1} \\ x_{3;k+1} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0,90 & 0,10 & 0,25 \\ 0,05 & 0,80 & 0,25 \\ 0,05 & 0,10 & 0,50 \end{pmatrix}}_{=\boldsymbol{P}} \begin{pmatrix} x_{1k} \\ x_{2k} \\ x_{3k} \end{pmatrix} = \boldsymbol{P}\vec{x}_k$$

Pesuaine A on juuri tullut myyntiin ja lähtötilanteen osuusjakauma on $\vec{x}_0 = (0 \quad 7000 \quad 3000)^T$. Laske pesuaineen A markkinaosuus kierroksilla $1, \ldots, 5$. (Jos et laske käsin vaan käytät laskemiseen exceliä, niin laske odotusarvot pidemmälle aikajaksolle, $k = 1, \ldots, 100$.)

$$\bar{x}_1 = \begin{pmatrix} 0,90 & 0,10 & 0,25 \\ 0,05 & 0,80 & 0,25 \\ 0,05 & 0,10 & 0,50 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 7000 \\ 3000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1450 \\ 6350 \\ 2200 \end{pmatrix}$$

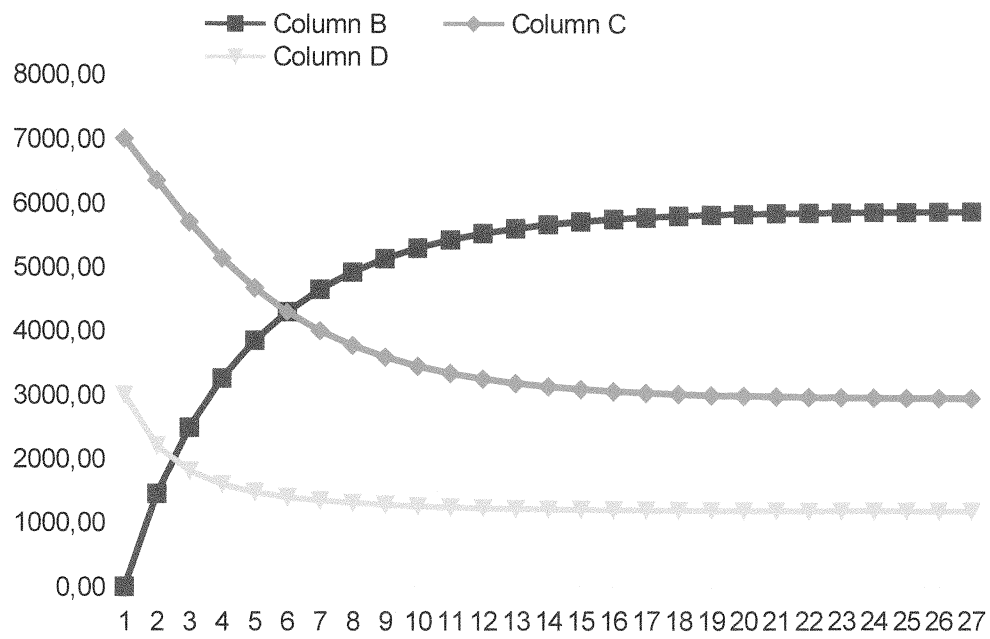
$$\bar{x}_2 = P\bar{x}_1 = \begin{pmatrix} 0,90 & 0,10 & 0,25 \\ 0,05 & 0,80 & 0,25 \\ 0,05 & 0,10 & 0,50 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1450 \\ 6350 \\ 2200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2490 \\ 5702,5 \\ 1807,5 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x}_3 = P\bar{x}_2 = \begin{pmatrix} 0,90 & 0,10 & 0,25 \\ 0,05 & 0,80 & 0,25 \\ 0,05 & 0,10 & 0,50 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2490,0 \\ 5702,5 \\ 1807,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3263,1 \\ 5138,4 \\ 1598,5 \end{pmatrix}$$

$$\bar{x}_4 = P\bar{x}_3 = \begin{pmatrix} 0,90 & 0,10 & 0,25 \\ 0,05 & 0,80 & 0,25 \\ 0,05 & 0,10 & 0,50 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3263,1 \\ 5138,4 \\ 1598,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3850,3 \\ 4673,5 \\ 1476,2 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 & 0,25 \\ 0,05 & 0,8 & 0,25 \\ 0,05 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix}$$

k	X_1;k	X_2;k	X_3;k
0	0,00	7000,00	3000,00
1	1450,00	6350,00	2200,00
2	2490,00	5702,50	1807,50
3	3263,13	5138,38	1598,50
4	3850,28	4673,48	1476,24
5	4301,66	4300,36	1397,98
6	4651,02	4004,87	1344,11
7	4922,43	3772,47	1305,09
8	5133,71	3590,37	1275,92
9	5298,36	3447,96	1253,68
10	5426,74	3336,71	1236,55
11	5526,87	3249,84	1223,28
12	5604,99	3182,04	1212,97
13	5665,94	3129,12	1204,94
14	5713,49	3087,83	1198,68
15	5750,60	3055,61	1193,80
16	5779,55	3030,47	1189,99
17	5802,13	3010,85	1187,02
18	5819,76	2995,54	1184,70
19	5833,51	2983,59	1182,89
20	5844,24	2974,27	1181,48
21	5852,62	2967,00	1180,38
22	5859,15	2961,33	1179,52
23	5864,25	2956,90	1178,85
24	5868,23	2953,45	1178,33
25	5871,33	2950,75	1177,92
26	5873,75	2948,65	1177,60



$$\bar{x}_5 = P\bar{x}_4 = \begin{pmatrix} 0,90 & 0,10 & 0,25 \\ 0,05 & 0,80 & 0,25 \\ 0,05 & 0,10 & 0,50 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3850,3 \\ 4673,5 \\ 1476,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4301,7 \\ 4300,3 \\ 1398,0 \end{pmatrix}$$

7. Mikä on tehtävässä 6 kuvattujen markkinoiden tasapainojakauma $\vec{x}^*$

$$\vec{x}_k = \begin{pmatrix} x_{1k} \\ x_{2k} \\ x_{3k} \end{pmatrix} \longrightarrow \vec{x}^* = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{pmatrix}, \text{ kun } k \to \infty$$

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} 0{,}90 & 0{,}10 & 0{,}25 \\ 0{,}05 & 0{,}80 & 0{,}25 \\ 0{,}05 & 0{,}10 & 0{,}50 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{pmatrix} \\ x_1^* + x_2^* + x_2^* = 10\,000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}90\,x_1^* + 0{,}10\,x_2^* + 0{,}25\,x_3^* = x_1^* \\ 0{,}05\,x_1^* + 0{,}80\,x_2^* + 0{,}25\,x_3^* = x_2^* \\ 0{,}05\,x_1^* + 0{,}10\,x_2^* + 0{,}50\,x_3^* = x_3^* \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10\,000 \end{cases}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -0{,}10 & 0{,}10 & 0{,}25 & 0 \\ 0{,}05 & -0{,}20 & 0{,}25 & 0 \\ 0{,}05 & 0{,}10 & -0{,}50 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 10\,000 \end{array}\right) \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \quad \cdot 1 \\ + \quad + \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -0{,}10 & 0{,}10 & 0{,}25 & 0 \\ 0{,}05 & -0{,}20 & 0{,}25 & 0 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ 1 & 1 & 1 & 10000 \end{array}\right) \begin{array}{l} \cdot 20 \\ \cdot 20 \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & 5 & 0 \\ 1 & -4 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 10000 \end{array}\right) \begin{array}{l} \cdot \frac{1}{2} \quad \cdot \frac{1}{2} \quad \cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \\ + \\ \quad\quad + \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2{,}5 & 0 \\ 0 & -3 & 7{,}5 & 0 \\ 0 & 2 & 3{,}5 & 10000 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \cdot \frac{2}{3} \quad :(-3) \\ + \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2{,}5 & 0 \\ 0 & 1 & -2{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 8{,}5 & 10000 \end{array}\right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1^* - x_2^* - 2{,}5\,x_3^* = 0 & (1) \\ x_2^* - 2{,}5\,x_3^* = 0 & (2) \\ 8{,}5\,x_3^* = 10000 & (3) \end{cases}$$

$$(3) \rightarrow \quad x_3^* = 10000/8{,}5 = 1176{,}47$$

$$(2) \rightarrow \quad x_2^* - 2{,}5 \cdot 1176{,}47 = 0 \quad \rightarrow x_2^* = 2941{,}18$$

$$(1) \rightarrow \quad x_1^* - 2941{,}18 - 2{,}5 \cdot 1176{,}47 = 0$$

$$\rightarrow x_1^* = 5882{,}36$$

$$\therefore \quad \bar{X}^* = \begin{pmatrix} 5880 \\ 2940 \\ 1180 \end{pmatrix} \quad \left(\text{tai} \quad \bar{X}^* = \begin{pmatrix} 5900 \\ 2900 \\ 1200 \end{pmatrix} \right)$$

8. Olkoon A-pesuaineen valmistajan saama kate 0,40€/paketti. Oletamme nyt, että yksi kierros $\sim$ yksi kuukausi. Kuukausijaksoon liittyvä laskentakorkokanta on $i = 0{,}01$.
a) Mikä on ensimmäisen vuoden aikana A-pesuaineesta kertynyt katetuotto (ei diskontata)

$$\sum_{k=1}^{12} 0{,}40 \cdot x_{1k}.$$

b) Mikä on vuoden aikana A-pesuaineesta kertynyt katetuotto sen jälkeen, kun tasapaino on saavutettu (ei diskontata)

$$12 \cdot 0{,}40 \cdot x_1^*.$$

a) Tehtävän 6 yhteydessä laskettiin Excelillä:

$$\sum_{k=1}^{12} x_{1k} = 51919{,}18 \rightarrow \sum_{k=1}^{12} 0{,}40 \cdot x_{1k} = 0{,}40 \cdot 51919{,}18 = 20767{,}7\ €$$

b) $12 \cdot 0{,}40 \cdot x_1^* = 12 \cdot 0{,}40 \cdot 5882{,}36 = 28235{,}33\ €$

(ero on noin 7470 €)

c) Mikä on A-pesuaineesta saatavan katetuottovirran nykyarvo

$$NA = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{0,40 \cdot x_{1k}}{1,01^k}$$

d) Mainostoimisto tarjoaa uuden pesuaineen markkinointiin kampanjaa, jolla markkinaosuus saadaan kerralla tasapainon mukaiseksi, jolloin katetuottovirran nykyarvo olisi

$$NA_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{0,40 \cdot x_1^*}{1,01^k}.$$

Mitä kampanjasta enintään kannattaa maksaa?

$r = 1,01$

c) $NA_T = 0,40 \cdot \sum_{k=1}^{T} \frac{(100)\bar{x}_k}{r^k}$

$= 0,40 \cdot (100) \underbrace{\left(\sum_{k=1}^{T} \frac{1}{r^k} P^k \right)} \bar{x}_0$

$= \left(I - \frac{P}{r}\right)^{-1} \left(\frac{1}{r} P - \frac{1}{r^{T+1}} P^{T+1} \right)$

$= 0,40 (100) \left(I - \frac{P}{r}\right)^{-1} \left(\frac{1}{r} \bar{x}_1 - \underbrace{\frac{1}{r^{T+1}} \bar{x}_{T+1}}_{\to 0} \right)$

$\xrightarrow[T \to \infty]{} \frac{0,40}{1,01} \cdot (100) \left(I - \frac{1}{r} P\right)^{-1} \cdot P \bar{x}_0$

Excel $\longrightarrow$ $NA = 227771,37$ €

d) $NA_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{0,40 x_1^*}{1,01^k} = \frac{0,40 \cdot 5882,36}{0,01}$

$= 235294,4$ €

Ero on $235300 - 227800 \approx 7500$ €

Kampanjasta ei kannata maksaa enempää kuin 7500 €

Tehtävä 8 c, d,

A	B	C	D	E	F	G
3		0,9	0,1	0,25		0
4	P =	0,05	0,8	0,25	X_0=	7000
5		0,05	0,1	0,5		3000
6						
7		1	0	0		1450
8	I =	0	1	0	P*x_0 =	6350
9		0	0	1		2200
10						
11		0,10891	-0,09901	-0,24752		
12	I-P/1,01 =	-0,0495	0,20792	-0,24752		
13		-0,0495	-0,09901	0,50495		
14						
15		61,1512	56,6077	57,7249		
16	(I-P/1,01)^(-1) =	28,3038	32,4749	29,7935		
17		11,545	11,9174	13,4816		
18						
19		575123				
20	(I-P/1,01)^(-1)*P*x_0 =	312802		NA=	227771,39	
21		122075				
22						
23						

G7:G9 ← =MMULT(C3:E5;G3:G5)

C11:E13 ← =C7:E9-C3:E5/1,01

C15:E17 ← =MINVERSE(C11:E13)

C19:C21 ← =MMULT(C15:E17;G7:G9)