

# Kertausta Talousmatematiikan perusteista

## Ensimmäinen välikoe

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit

# yhtälöt ja epäyhtälöt

## luokittelu

- ▶ 1. asteen yhtälö
- ▶ 1. asteen epäyhtälö
- ▶ 2. asteen yhtälö
- ▶ 2. asteen epäyhtälö
- ▶ itseisarvoyhtälö
- ▶ itseisarvoepäyhtälö

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit

# Prosentti

## Määritelmä

" $b$  on  $p$  prosenttia  $a$ :sta."

$$b = \frac{p}{100} \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad p\% = \frac{b}{a} \cdot 100\%$$

missä

$b$  = prosenttiarvo

$p$  = prosenttiluku

$a$  = perusarvo

Aiheet

yhtälöt ja  
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja  
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja  
diskonttaus

tasaerälaina ja  
osamaksukauppa

varastomallit

# Prosentti

## Esimerkki 1

Yritys ostaa 2500kg raaka-ainetta, josta vettä on 12.5%.  
Raaka-aineeseen lisätään kuivaa ainetta niin, että lisäyksen jälkeen vettä on 10.0% massasta. Miten paljon kuivaa ainetta tulee lisätä?

Ratkaisu: käytetään merkintöjä

$x$  = lisätyn kuiva-aineen määrää,

$v$  = veden määrä alussa.

Aluksi veden määrä on 12.5% ja lopuksi 10.0%. Siis

$$v = \frac{12.5}{100} \cdot 2500\text{kg} \quad \text{ja} \quad v = \frac{10}{100}(2500\text{kg} + x)$$

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit

# Prosentti

## Esimerkki 1 jatkuu

Merkitään lausekkeet yhtäsuuriksi ja ratkaistaan  $x$  yhtälöstä.

$$\frac{12.5}{100} \cdot 2500\text{kg} = \frac{10}{100}(2500\text{kg} + x) \quad | \cdot 10$$

$$1.25 \cdot 2500\text{kg} = 2500\text{kg} + x$$

$$1.25 \cdot 2500\text{kg} - 2500\text{kg} = x$$

$$x = 625\text{kg}$$

Aiheet

yhtälöt ja  
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja  
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja  
diskonttaus

tasaerälaina ja  
osamaksukauppa

varastomallit

- ▶ relaatio, kuvaus ja funktio
- ▶ injektio, surjektio, bijektio
- ▶ käänteiskuvaus
- ▶ yhdistetty kuvaus
- ▶ kasvava ja vähenevä funktio
- ▶ konvekksi ja konkaavi funktio
- ▶ lineaarinen interpolointi
- ▶ raja-arvo ja jatkuvuus

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit

# derivaatta

## aiheet

- ▶ derivaatan määritelmä erotusosamäärän raja-arvona
- ▶ kaavat
- ▶ differentiaali vs. interpolointi
- ▶ jatkuvan funktion ääriarvo suljetulla välillä
- ▶ korkeamman kertaluvun derivaatat
- ▶ osittaisderivaatta

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit

# rajasuureet ja jousto

## määritelmät

- ▶  $R(q) =$  tuottofunktio (€ /kk)
- ▶  $MR(q) = \frac{dR}{dq} =$  rajatuotto (€ /kk/kpl)
- ▶  $C(q) =$  kustannusfunktio (€ /kk)
- ▶  $MC(q) = \frac{dC}{dq} =$  rajakustannus (€ /kk/kpl)
- ▶  $y$ :n jousto  $x$ :n suhteen  
=  $y$ :n suhteellinen muutos jaettuna  $x$ :n suhteellisella muutoksella

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit

# voitonmaksimointi

## määritelmät

- ▶  $MC = MR$
- ▶ kysyntäfunktio  $p = a - bq$
- ▶ tuottofunktio  $R = aq - bq^2$
- ▶ rajatuotto  $MR = a - 2bq$
- ▶  $MC(q) = \frac{\partial C}{\partial q}$  ja  $C(q) = \int MC(q) dq + FC$

Aiheet

yhtälöt ja  
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja  
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja  
diskonttaus

tasaerälaina ja  
osamaksukauppa

varastomallit

# korkolasku ja diskonttaus

## määritelmät

- ▶  $i$  = korkokanta
- ▶  $(1 + i)$  = korkotekijä
- ▶ yksinkertainen korkolasku  
 $K_t = (1 + itK_0)$ ,  $0 < t \leq 1$
- ▶ koronkorko  
 $K_t = (1 + i)^t K_0$ ,  $t \in \mathbb{Z}$
- ▶ jatkuva korkolasku  
 $K_t = (1 + i)^t K_0$ ,  $t \in \mathbb{R}$
- ▶ korkointensiteetti  $e^{\rho} = 1 + i_{\text{vuosi}}$   
 $K_t = e^{\rho t} K_0$ ,  $t \in \mathbb{R}$

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit

# tasaerälaina ja osamaksukauppa

## määritelmät

- ▶ kuukausikorkokanta  $i = (1 + i_a)^{1/12} - 1$
- ▶ kuoletuskerroin  $c = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)}$
- ▶ annuiteetti  $k = cK_0$
- ▶ osamaksukauppa  $k = c(H - h + m)$   
missä  $H$  = käteishinta,  $h$  = käsiraha,  $m$  = osamaksulisä

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit

# varastomallit

## määritelmät

- ▶  $D$  = kysyntä ( $[D] = \text{kpl/vuosi}$ )
- ▶  $K$  = tilauskustannus ( $[K] = \text{euro}$ )
- ▶  $h$  = yksikköylläpitokustannus ( $[h] = \text{euro/kpl/vuosi}$ )
- ▶ Perusmallin kaavat
$$q_0 = \sqrt{2KD/h}$$
$$TC_0 = TC(q_0) = \frac{KD}{q_0} + \frac{h}{2} \cdot q_0$$
- ▶ Puutemalli
- ▶ Tuotantomalli
- ▶ määrälennukset

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

varastomallit