

Kertausta Talousmatematiikan perusteista

Ensimmäinen välikoe

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

yhtälöt ja epäyhtälöt

luokittelu

- ▶ 1. asteen yhtälö
- ▶ 1. asteen epäyhtälö
- ▶ 2. asteen yhtälö
- ▶ 2. asteen epäyhtälö

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

Prosentti

Määritelmä

" b on p prosenttia a :sta."

$$b = \frac{p}{100} \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad p\% = \frac{b}{a} \cdot 100\%$$

missä

b = prosenttiarvo

p = prosenttiluku

a = perusarvo

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

funktiot

sanoja

- ▶ relaatio, kuvaus ja funktio
- ▶ (injektio, surjektio, bijektio)
- ▶ käänteiskuvaus
- ▶ yhdistetty kuvaus
- ▶ kasvava ja vähenevä funktio
- ▶ (konvekssi ja konkkaavi funktio)
- ▶ lineaarinen interpolointi
- ▶ raja-arvo ja jatkuvuus

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

$$f(x_0) \approx \hat{y}_0 = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x_0 - x_1)$$

tai

$$f(x_0) \approx \hat{y}_0 = y_1 + \frac{x_0 - x_1}{x_2 - x_1}(y_2 - y_1)$$

- ▶ Jos $x_1 < x_0 < x_2$, niin kaavan soveltamista sanotaan **interpoloinniksi**. x_1 ja x_2 välissä (eli $x_0 < x_1 < x_2$ tai $x_1 < x_2 < x_0$), niin kaavan soveltamista sanotaan **ekstrapoloinniksi**.
- ▶ Kaava on sama.
- ▶ Ekstrapoloinnissa syntyvä virhe saattaa olla suuri!

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

- ▶ derivaatan määritelmä erotusosamäärän raja-arvona
- ▶ $\frac{d}{dx} (a \cdot x^n) = n \cdot a \cdot x^{n-1}$
- ▶ polynomifunktion derivaatta
- ▶ kaavoja on hyvä kerrata, mutta niitä tuskin kysytään kokeessa
- ▶ $f'(x) > 0$ välillä $a < x < b \Rightarrow$
 $f(x)$ on kasvava välillä $a < x < b$
- ▶ $f'(x) < 0$ välillä $a < x < b \Rightarrow$
 $f(x)$ on vähenevä välillä $a < x < b$

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

rajasuureet ja jousto

määritelmät

- ▶ $R(q) =$ tuottofunktio (€ /kk)
- ▶ $MR(q) = \frac{dR}{dq} =$ rajatuotto (€ /kk/kpl)
- ▶ $C(q) =$ kustannusfunktio (€ /kk)
- ▶ $MC(q) = \frac{dC}{dq} =$ rajakustannus (€ /kk/kpl)
- ▶ y :n jousto x :n suhteen
= y :n suhteellinen muutos jaettuna x :n suhteellisella muutoksella

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

voitonmaksimointi

määritelmät

- ▶ $MC = MR$
- ▶ kysyntäfunktio $p = a - bq$
- ▶ tuottofunktio $R = aq - bq^2$
- ▶ rajatuotto $MR = a - 2bq$
- ▶ $MC(q) = \frac{\partial C}{\partial q}$ ja $C(q) = \int MC(q) dq + FC$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

korkolasku ja diskonttaus

määritelmät

- ▶ i = korkokanta
- ▶ $(1 + i)$ = korkotekijä
- ▶ yksinkertainen korkolasku
 $K_t = (1 + itK_0), 0 < t \leq 1$
- ▶ koronkorko
 $K_t = (1 + i)^t K_0, t \in \mathbb{Z}$
- ▶ jatkuva korkolasku
 $K_t = (1 + i)^t K_0, t \in \mathbb{R}$
- ▶ korkointensiteetti $e^{\rho} = 1 + i_{\text{vuosi}}$
 $K_t = e^{\rho t} K_0, t \in \mathbb{R}$

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

korkolasku ja diskonttaus

Vuosijakso ja kuukausijakso

Vuosijakso ja kuukausijakso

$$(1 + i_{tod}) = (1 + i_{kk})^{12}$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

**korkolasku ja
diskonttaus**

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

korkolasku ja diskonttaus

Vuosijakso ja kuukausijakso

Vuosijakso ja kuukausijakso

$$(1 + i_{tod}) = (1 + i_{kk})^{12}$$

(a) Jos todellinen vuosikorko on 4,5%, niin

$$(1 + i_{kk}) = 1,045^{1/12}$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

korkolasku ja diskonttaus

Vuosijakso ja kuukausijakso

Vuosijakso ja kuukausijakso

$$(1 + i_{tod}) = (1 + i_{kk})^{12}$$

(a) Jos todellinen vuosikorko on 4,5%, niin

$$(1 + i_{kk}) = 1,045^{1/12}$$

(b) Jos kuukausikorkokanta on 0,004525125, niin

$$(1 + i_{tod}) = 1,004525125^{12}$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

korkolasku ja diskonttaus

Diskonttaus

Pääoman kasvu

$$K_n = (1 + i)^n K_0$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

**korkolasku ja
diskonttaus**

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

Pääoman kasvu

$$K_n = (1 + i)^n K_0$$

(a) Prolongoinnissa lasketaan loppupääoma

$$K_n = (1 + i)^n K_0$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

Pääoman kasvu

$$K_n = (1 + i)^n K_0$$

(a) Prolongoinnissa lasketaan loppupääoma

$$K_n = (1 + i)^n K_0$$

(b) Diskonttauksessa lasketaan alkupääoma

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + i)^n} = (1 + i)^{-n} K_n = e^{-\rho n} K_n$$

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

tasaerälaina ja osamaksukauppa

määritelmät

- ▶ kuukausikorkokanta $i = (1 + i_a)^{1/12} - 1$
- ▶ kuoletuskerroin $c = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)}$
- ▶ annuiteetti $k = cK_0$
- ▶ osamaksukauppa $k = c(H - h + m)$
missä H = käteishinta, h = käsiraha, m = osamaksulisä

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

$$NNA = k_0 + \sum_{j=1}^n \frac{k_j}{(1+i)^j}$$

Vakiotulovirta ($k_j = k, \forall j$)

$$NNA = k_0 + a_{n;i}k$$

Äärettömän pitkä vakiotulovirta

$$NNA = k_0 + \frac{k}{i}$$

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

Projektin nykyarvo

Projektin nykyarvo (n = projektin kesto, H = perusinvestointi hetkellä 0, JA = jäännösarvo hetkellä n)

$$NNA = -H + \sum_{j=1}^n \frac{k_j}{(1+i)^j} + \frac{JA}{(1+i)^n}$$

Jos $NNA > 0$, niin ”projekti on kannattava käytetyllä laskentakorolla.”

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta

Sisäinen korkokanta i_{sis} on se laskentakorko, jolla $NNA = 0$.

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

Sisäinen korkokanta

Sisäinen korkokanta i_{sis} on se laskentakorko, jolla $NNA = 0$.

Jos sisäinen korkokanta on suurempi kuin tuottovaatimus, niin ”projekti antaa iittävän hyvän koron siihen sijoitetulle rahalle, ja on siis kannattava.”

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

Sisäinen korkokanta i_{sis} on se laskentakorko, jolla $NNA = 0$.

Jos sisäinen korkokanta on suurempi kuin tuottovaatimus, niin ”projekti antaa iittävän hyvän koron siihen sijoitetulle rahalle, ja on siis kannattava.”

Sisäistä korkokantaa ei aina ole olemassa. Jos alun negatiivisia nettotuloksia seuraa loppuprojektin positiiviset nettotulokset, niin sisäinen korkokanta on olemassa.

Aiheet

yhtälöt ja
epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja
jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja
diskonttaus

tasaerälaina ja
osamaksukauppa

Kassavirran
nykyarvo ja
sisäinen
korkokanta

Sisäinen korkokanta i_{sis} on se laskentakorko, jolla $NNA = 0$.

Jos sisäinen korkokanta on suurempi kuin tuottovaatimus, niin ”projekti antaa iittävän hyvän koron siihen sijoitetulle rahalle, ja on siis kannattava.”

Sisäistä korkokantaa ei aina ole olemassa. Jos alun negatiivisia nettotuloksia seuraa loppuprojektin positiiviset nettotulokset, niin sisäinen korkokanta on olemassa.

Sisäinen korkokanta kuvaa projektin kykyä antaa siihen sijoitetut rahat takaisin korkoineen.

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

Interpolointi

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo ja sisäinen korkokanta