

# Kertausta Talousmatematiikan perusteista

## Ensimmäinen välikoe

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

# yhtälöt ja epäyhtälöt

## luokittelu

- ▶ 1. asteen yhtälö
- ▶ 1. asteen epäyhtälö
- ▶ 2. asteen yhtälö
- ▶ 2. asteen epäyhtälö

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

# Prosentti

## Määritelmä

" $b$  on  $p$  prosenttia  $a$ :sta."

$$b = \frac{p}{100} \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad p\% = \frac{b}{a} \cdot 100\%$$

missä

$b$  = prosenttiarvo

$p$  = prosenttiluku

$a$  = perusarvo

Aiheet

yhtälöt ja  
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja  
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja  
diskonttaus

tasaerälaina ja  
osamaksukauppa

Kassavirran  
nykyarvo

# Prosentti

## Esimerkki 1

Yritys ostaa 2500kg raaka-ainetta, josta vettä on 12.5%.  
Raaka-aineeseen lisätään kuivaa ainetta niin, että lisäyksen jälkeen vettä on 10.0% massasta. Miten paljon kuivaa ainetta tulee lisätä?

Ratkaisu: käytetään merkintöjä

$x$  = lisätyn kuiva-aineen määrää,

$v$  = veden määrä alussa.

Aluksi veden määrä on 12.5% ja lopuksi 10.0%. Siis

$$v = \frac{12.5}{100} \cdot 2500\text{kg} \quad \text{ja} \quad v = \frac{10}{100}(2500\text{kg} + x)$$

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

# Prosentti

Esimerkki 1 jatkuu

Merkitään lausekkeet yhtäsuuriksi ja ratkaistaan  $x$  yhtälöstä.

$$\frac{12.5}{100} \cdot 2500\text{kg} = \frac{10}{100}(2500\text{kg} + x) \quad | \cdot 10$$

$$1.25 \cdot 2500\text{kg} = 2500\text{kg} + x$$

$$1.25 \cdot 2500\text{kg} - 2500\text{kg} = x$$

$$x = 625\text{kg}$$

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

- ▶ relaatio, kuvaus ja funktio
- ▶ (injektio, surjektio, bijektio)
- ▶ käänteiskuvaus
- ▶ yhdistetty kuvaus
- ▶ kasvava ja vähenevä funktio
- ▶ (konvekssi ja konkkaavi funktio)
- ▶ lineaarinen interpolointi
- ▶ raja-arvo ja jatkuvuus

## Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

- ▶ derivaatan määritelmä erotusosamäärän raja-arvona
- ▶ kaavat
- ▶ (differentiaali vs. interpolointi)
- ▶ jatkuvan funktion ääriarvo suljetulla välillä
- ▶ (korkeamman kertaluvun derivaatat)
- ▶ osittaisderivaatta

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

# rajasuureet ja jousto

## määritelmät

- ▶  $R(q) =$  tuottofunktio (€ /kk)
- ▶  $MR(q) = \frac{dR}{dq} =$  rajatuotto (€ /kk/kpl)
- ▶  $C(q) =$  kustannusfunktio (€ /kk)
- ▶  $MC(q) = \frac{dC}{dq} =$  rajakustannus (€ /kk/kpl)
- ▶  $y$ :n jousto  $x$ :n suhteen  
=  $y$ :n suhteellinen muutos jaettuna  $x$ :n suhteellisella muutoksella

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

# voitonmaksimointi

## määritelmät

- ▶  $MC = MR$
- ▶ kysyntäfunktio  $p = a - bq$
- ▶ tuottofunktio  $R = aq - bq^2$
- ▶ rajatuotto  $MR = a - 2bq$
- ▶  $MC(q) = \frac{\partial C}{\partial q}$  ja  $C(q) = \int MC(q) dq + FC$

Aiheet

yhtälöt ja  
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja  
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja  
diskonttaus

tasaerälaina ja  
osamaksukauppa

Kassavirran  
nykyarvo

# varastomallit

## määritelmät

- ▶  $D$  = kysyntä ( $[D]$  = kpl/vuosi)
- ▶  $K$  = tilauskustannus ( $[K]$  = euro)
- ▶  $h$  = yksikköylläpitokustannus ( $[h]$  = euro/kpl/vuosi)
- ▶ Perusmallin kaavat
$$q_0 = \sqrt{2KD/h}$$
$$TC_0 = TC(q_0) = \frac{KD}{q_0} + \frac{h}{2} \cdot q_0$$
- ▶ Puutemalli
- ▶ Tuotantomalli
- ▶ määrälennukset

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

# korkolasku ja diskonttaus

## määritelmät

- ▶  $i$  = korkokanta
- ▶  $(1 + i)$  = korkotekijä
- ▶ yksinkertainen korkolasku  
 $K_t = (1 + itK_0), 0 < t \leq 1$
- ▶ koronkorko  
 $K_t = (1 + i)^t K_0, t \in \mathbb{Z}$
- ▶ jatkuva korkolasku  
 $K_t = (1 + i)^t K_0, t \in \mathbb{R}$
- ▶ korkointensiteetti  $e^{\rho} = 1 + i_{\text{vuosi}}$   
 $K_t = e^{\rho t} K_0, t \in \mathbb{R}$

### Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

# korkolasku ja diskonttaus

## Vuosijakso ja kuukausijakso

### Vuosijakso ja kuukausijakso

$$(1 + i_{tod}) = (1 + i_{kk})^{12}$$

(a) Jos todellinen vuosikorko on 4,5%, niin

$$(1 + i_{kk}) = 1,045^{1/12}$$

(b) Jos kuukausikorkokanta on 0,004525125, niin

$$(1 + i_{tod}) = 1,004525125^{12}$$

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

Pääoman kasvu

$$K_n = (1 + i)^n K_0$$

(a) Prolongoinnissa lasketaan loppupääoma

$$K_n = (1 + i)^n K_0$$

(b) Diskonttauksessa lasketaan alkupääoma

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + i)^n} = (1 + i)^{-n} K_n = e^{-\rho n} K_n$$

Aiheet

yhtälöt ja  
epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuuret ja  
jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja  
diskonttaus

tasaerälaina ja  
osamaksukauppa

Kassavirran  
nykyarvo

# tasaerälaina ja osamaksukauppa

## määritelmät

- ▶ kuukausikorkokanta  $i = (1 + i_a)^{1/12} - 1$
- ▶ kuoletuskerroin  $c = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)}$
- ▶ annuiteetti  $k = cK_0$
- ▶ osamaksukauppa  $k = c(H - h + m)$   
missä  $H$  = käteishinta,  $h$  = käsiraha,  $m$  = osamaksulisä

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuureet ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo

$$NNA = k_0 + \sum_{j=1}^n \frac{k_j}{(1+i)^j}$$

Vakiotulovirta ( $k_j = k, \forall j$ )

$$NNA = k_0 + a_{n;i}k$$

Äärettömän pitkä vakiotulovirta

$$NNA = k_0 + \frac{k}{i}$$

Aiheet

yhtälöt ja epäyhtälöt

prosentti

funktio

derivaatta

rajasuuret ja jousto

voitonmaksimointi

varastomallit

korkolasku ja diskonttaus

tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kassavirran nykyarvo