Aiheet
ORMS.1030
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Talousmatematiikan perusteet ORMS.1030

Matti Laaksonen
Matemaattiset tieteet
Vaasan yliopisto

- Sähköposti: matti.laaksonen@uwasa.fi
- Opettajan kotisivu: http://lipas.uwasa.fi/~mla/
- Kurssi: http://lipas.uwasa.fi/~mla/orms1030/

Aiheet
ORMS.1030
Materiaalia
Laskemisen historiaa

ORMS.1030

Materiaalia

Laskemisen historiaa

ORMS / WebOodi

ORMS1030, Talousmatematiikan perusteet L01, 5 op

Tunniste	ORMS1030	**Opetuskielet**	suomi
Nimi	Talousmatematiikan perusteet L01	**Lyhennenimi**	Talousmatem.per L01
Laajuus	5 op	**Vastuuyksikkö**	Matemaattisten tieteiden laitos
Tyyppi	Luentokurssi	**Arvostelu**	1 - 5
Aika	10.01.2011 -18.04.2011	**Lisätietoja**	

Kuvaus:

Tavoitteet	Opintojakson suorittaneella on matematiikan perustiedot, joiden avulla pystyy selviytymään tilastotieteen ja taloustieteiden kursseista sekä ymmärtämään matematiikan sovellusmahdollisuudet taloustieteissä.
Sisältö	Finanssilaskentaa, ääriarvotehtäviä, integraalilaskentaa, lineaarialgebraa, differentiaalilaskentaa.
Oppimateriaalit	1. Matti Laaksonen. Talousmatematiikan perusteet (luentomoniste). Oheislukemista: 2. Haeussler, E. F. ym. Introductory Mathematical Analysis.
Toteutustavat	Luennot 48 h ja harjoitukset 20 h.
Suoritustavat	1. Hyväksytty osallistuminen harjoituksiin ja välikokeet tai 2. Tentti
Opettajat	Vastuuopettaja: Matti Laaksonen

Aiheet
ORMS.1030
Materiaalia
Laskemisen historiaa

ORMS = ?

$$\begin{aligned} \color{red}{\mathrm{O}} &= \text{Operation} \\ \color{red}{\mathrm{R}} &= \text{Research and} \\ \color{red}{\mathrm{M}} &= \text{Management} \\ \color{red}{\mathrm{S}} &= \text{Science} \end{aligned}$$

"Operaatiotutkimus ja Johtamistiede"

- hakee optimia
- rakentaa malleja
- käyttää tietokoneita

Aiheet
ORMS.1030
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Kurssin aikataulu

http://lipas.uwasa.fi/~mla/orms1030avoin/EPKY.html

Materiaalia

Kirjoja yms.

- Oma vanha peruskoulun tai lukion oppikirja.
- Kurssilla käytetty materiaali (verkkosivun linkit)
- Peruskoulun kertausmateriaali: ManMath (*http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/*)
- Etälukion pitkän matematiikan materiaali: Etälukio/maa (*http://www02.oph.fi/etalukio/maa.html*)
- Ruth Hasan – Tuula Kinnunen: *Talousmatematiikan perusteet*, Turun kauppakorkeakoulun julkaisuja, sarja B-1:1997, ISBN 951-738-898-5
- Markku Kallio, Pekka Korhonen, Seppo Salo: *Johdatus kvantitatiiviseen analyysiin taloustieteissä*, 2. painos, (Aalto yliopisto) Hakapaino Oy, Helsinki, 2000, ISBN 952-91-3027-9

Aiheet
ORMS.1030
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Ennen kymmenjärjestelmää

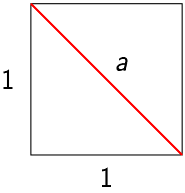
- 60-järjestelmä (Babylonia 2500eKr – Eurooppa 1200jKr)
- kaksinkertainen kirjanpito
- 60 on jaollinen luvuilla 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20 ja 30. $\longrightarrow$ murtoluvuilla laskeminen hallittiin hyvin
- Edelleen tunti jaetaan 60 minuuttiin ja minuutti 60 sekuntiin

Murtolukujen rooli

- Antiikin kreikkalainen Pythagoras (n. 580-500eKr) osoitti ettei kaikkia lukuja voida ilmaista murtolukuina
- Pythagoraalle kysymys oli tavattoman suuri, sillä hän oli perustanut uskonnollis-poliittisen liikkeen ja pyrki valtaan. Liikkeen motto oli, että ”kaikki maailmassa voidaan ilmaista kokonaislukujen suhteina”.

Aiheet
ORMS.1030
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Pythagoran lauseen mukaan

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Jos nyt a on murtoluku $a = m/n$, missä m ja n ovat keskenään jaottomat, niin

$$\begin{aligned}
\frac{m^2}{n^2} &= 2 \\
\Leftrightarrow m^2 &= 2n^2 && \rightarrow \text{ m on parillinen, } (m = 2k) \\
\Leftrightarrow (2k)^2 &= 2n^2 \\
\Leftrightarrow 2k \cdot 2k &= 2n \cdot n \\
\Leftrightarrow 2k^2 &= n^2 && \rightarrow \text{ n on parillinen!?!?!}
\end{aligned}$$

Aiheet
ORMS.1030
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Laskemisen historiaa (3/5)

Johtopäätös edellisestä oli:
"On olemassa lukuja, jotka eivät ole murtolukuja". Nykyään niitä sanotaan irrationaaliluvuiksi ($\sqrt{2}$, π, e, jne.)

Kymmenjärjestelmä

- Keksittiin Intiassa n. 500 jKr
- Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen n. 825jKr otti käyttöön symbolin 0
- Samarkandilainen astronomi al-Kashi otti käyttöön kymmenkantaisen negatiivisen eksponentin n. 1400jKr
- Skotlantilainen John Napier alkoi v. 1617 käyttää desimaalipilkkua sen nykyisessä merkityksessä
- 

Laskeminen oli nyt helppoa.

Aiheet
ORMS.1030
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Kompleksiluvut

- Onko olemassa luku i, jolle $i^2 = -1$, eli onko olemassa

$$i = \sqrt{-1}$$

- Useimmat pitivät ajatusta ihan pöhkönä. Alettiin etsiä ristiriitaa. Ristiriitaa ei tullut!
- sovittiin, että kompleksilukuja $a + ib$ ja $c + id$ merkitään lukupareina (a, b) ja (c, d) ja lisäksi sovittiin laskutoimitukset

$$\begin{aligned} (a, b) + (c, d) &= (a + c, b + d) \\ (a, b) \cdot (c, d) &= (ac - bd, ad + bc) \end{aligned}$$

- OUTOA, MUTTA EI ENÄÄ JÄRJENVASTAISTA!

Laskemisen historiaa (5/5)

- ”järjetön käsite” muuttui ”melko yksinkertaisiksi” olioiksi, joille on määritelty ”aika erikoiset” laskutoimitukset
- $\longrightarrow$ 

kvanttifysiikka, atomipommi, tietokoneet, kännykkä, jne.
- ryhmät, renkaat, kunnat, algebrat, joukot, avaruudet (abstrakteja struktuureja).
- Saatiin lopullisia ratkaisuja 4000 vuotta vanhoihin ongelmiin! (Viidennen asteen yhtälön ratkaisukaava.)

Paradokseja (1/2)

Semanttinen paradoksi.

- Määritellään luku *a* siten, että "se on pienin kokonaisluku, jota ei voi määritellä vähemmällä kuin 13 sanalla".
- Koska kielessä on äärellinen määrä sanoja, on myös vain äärellinen määrä tapoja asettaa 13 sanaa peräkkäin. On siis olemassa lukuja, joita ei voi määritellä 13 sanalla. On helppo perustella, että tässä joukossa on pienin. Siis luvun *a* määritelmä näyttäisi olevan kunnossa.
- Paradoksi syntyy siitä, että tulimme edellä määritelleeksi luvun *a* käyttäen vain 12 sanaa!
- Johtopäätös: matematiikassa tulee arkikielen sijasta käyttää formaalia kieltä.

Russell'n paradoksi.

- Voiko joukko olla itsensä alkio? Ilmeisesti "kaikkien joukkojen joukko" on itsensä alkio.
- Bertrand Russel määritteli joukon

$$Ru = \{x | x \notin x\},$$

eli Ru muodostuu kaikista niistä olioista, jotka eivät ole itsensä alkioita).
Onko Ru itsensä alkio?

- Jos Ru on itsensä alkio, niin se toteuttaa joukon määrittelevän ehdon eli $Ru \notin Ru$ (ei ole itsensä alkio).
- Jos Ru ei ole itsensä alkio, niin se ei toteuta joukon määrittelevää ehtoa eli Ru on itsensä alkio.
- Kumpikin vaihtoehto johtaa ristiriitaan. $\longrightarrow$

Johtopäätös: kaikkien joukkojen joukko on mieletön ajatus!

Mihin on tultu

Matematiikka tänään

- Matematiikan kieli on Formaali logiikka & Joukko-oppi
- Tutkii struktuureja ja algoritmeja
- Käytännöllisiä sovelluksia, joiden taustalla oleva teoria kimuranttia
- Tietokoneet mahdollistavat uusia sovelluksia