

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. välikoe la 5.2.2011

Ratkaise 3 tehtävää! Kokeessa saa käyttää laskinta ja taulukkokirjaa

korjaaja: Matti Laaksonen, Vaasan yliopisto, PL 700, 65101 Vaasa

1. a) Yrittäjät A ja B tekevät keskenään sopimuksen, että A antaa B:lle 20 000€ ja B maksaa kolmen kuukauden kuluttua takaisin $1.035 \cdot 20\,000\text{€} = 20\,700\text{€}$. Mikä on tähän sopimukseen sisältyvän "lainan" todellinen vuosikorko?

b) Määritä tasaerälainan annuiteetti, kun lainan määrä on 20 000 euroa, laina-aika on 5 vuotta, lainaa lyhennetään kuukausittain, ja todellinen vuosikorko on 6,25%.

a) neljännesvuorokauden korkoteleija on 1,035
sitten vuorokorkoteleija on

$$1,035^4 = 1,147523$$

→ Vast: todellinen vuosikorko on 14,75%

b) $(1+i)^{12} = 1,0625 \rightarrow 1+i = 1,0625^{1/12}$
 $n = 5 \cdot 12 = 60$

$$K = cK_0 = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot 20000 \text{ €}$$

$$= \frac{[1,0625^{1/12} - 1] \cdot 1,0625^{60/12}}{(1,0625^{60/12} - 1)} \cdot 20000 \text{ €}$$

$$= 387,38 \text{ €}$$

(Tarkistus: $60 \cdot 387,38 \text{ €} \approx 23\,243 \text{ €}$ dc)

Vastaus: 387,38 €

2. Vuodessa raaka-ainevaraston läpi kulkee kappaletavaraa $D = 160\,000$ kpl. Yritys aikoo ulkoistaa raaka-ainetilausten ja raaka-ainevarastojen hoidon. Yritys on saanut tarjoukset kolmelta huolintayritykseltä (H1, H2 ja H3). Yhteenveto tarjousten tiedoista on seuraavassa taulukossa.

	tilauserä q (kpl)	Tilaukust. K (€/erä)	Yksikköyllä- pitokust. h (€/kpl/kk)	Tilaukust. (€/vuosi)	Ylläpi- tokust. (€/kk)
H1	sop. mukaan	20.00	0.080	–	–
H2	5 000	50.00	0.050	1 600.00	125.00
H3	10 000	40.00	0.075	640.00	375.00

(Maininta "sopimuksen mukaan" H1:n tarjouksessa merkitsee sitä, että kuljetukset voidaan hoitaa tilaajan vaatimalla tavalla.)

- a) Laske optimaalinen tilauserä H1:n tarjouksen tiedoin. Täydennä kaksi viimeistä saraketta H1:n tiedoissa.
- b) Tarkista H2:n ja H3:n osalta kahden viimeisen sarakkeen luvut. (Ovatko ne oikein?)
- c) Mikä tarjous hyväksytään?

$$a) \quad q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 160\,000}{12 \cdot 0,080}} \text{ kpl} = \underline{\underline{2582 \text{ kpl}}}$$

$$\text{Tilaukust. taakana} = \frac{KD}{q_0} = \frac{20 \cdot 160\,000}{2582} \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} = \underline{\underline{1239 \text{ €/vuosi}}}$$

$$\text{Ylläpitokustannus} = h \frac{q_0}{2} = 0,08 \cdot \frac{2582}{2} \frac{\text{€}}{\text{kk}} = \underline{\underline{103,30 \text{ €/kk}}}$$

(= 1239 €/vuosi)

$$b) \quad H_2: \quad KD/q = (50 \cdot 160\,000) / 5000 = 1600 \text{ €/vuosi} \quad \checkmark$$

$$h q/2 = 0,05 \cdot 5000 / 2 = 125 \text{ €/kk} \quad \checkmark$$

$$H_3: \quad KD/q = 40 \cdot 160\,000 / 10000 = 640 \text{ €/vuosi} \quad \checkmark$$

$$h q/2 = 0,075 \cdot 10000 / 2 = 375 \text{ €/kk} \quad \checkmark$$

°o Luvut ovat oikein

$$c) \quad H1: \quad TC = 1239 \text{ €/v} + 12 \cdot 103,30 \text{ €/v} = 2478,60 \text{ €/v}$$

$$H2: \quad TC = 1600 \text{ €/v} + 12 \cdot 125,00 \text{ €/v} = 3100 \text{ €/v}$$

$$H3: \quad TC = 640 \text{ €/v} + 12 \cdot 375,00 \text{ €/v} = 5140 \text{ €/v}$$

Hyvin kysytään H1:n tarjous

3. Yrityksen kysyntäfunktio on $p = 54 - 0.2q$. Suunnittelemme yrityksen tuotantoa (q) kuukausijaksoissa. Rajakustannus on $MC(q) = 30 + 0.2q$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 100$.

- a) (1p) Kirjoita tuottofunktion lauseke $R(q)$.
 b) (1p) Kirjoita kustannusfunktion lauseke $C(q)$.
 c) (1p) Kirjoita voittofunktion lauseke $P(q)$.
 a) (3p) Millä tuotannon q arvolla yritys maksimoi voittonsa. Mikä on yrityksen maksimivoitto?

$$a) R(q) = q \cdot p = \underline{\underline{54q - 0,2q^2}}$$

$$b) MC(q) = 30 + 0,2q \rightarrow C(q) = 30q + 0,1q^2 + 100$$

$$c) P(q) = R(q) - C(q) = (54q - 0,2q^2) - (30q + 0,1q^2 + 100) \\ = \underline{\underline{24q - 0,3q^2 - 100}}$$

$$d) MC = MR \\ 30 + 0,2q = 54 - 0,4q \\ 0,6q = 24 \quad | \cdot 10 : 6 \\ \underline{\underline{q = 40}}$$

$$P(40) = R(40) - C(40) \\ = 54 \cdot 40 - 0,2 \cdot 40^2 \\ - (30 \cdot 40 + 0,1 \cdot 40^2 + 100) \\ = 1840 - (1200 + 160 + 100) \\ = \underline{\underline{380}}$$

4. a) Mitä tarkoittaa y :n jousto x :n suhteen.
 b) Tuotteen kysyntä oli kesäkuussa 400 tuotetta ja hinta oli 21.50 €/tuote. Mikä on heinäkuun kysyntä, ja hintaa lasketaan 4.0% ja kysynnän hintajousto on -1.75?

a) y :n jousto x :n suhteen on y :n %-muutos
 johtuen x :n %-muutoksesta

$$\text{Jousto} = \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} q = 400 \text{ kpl/kk} \\ p = 21,50 \text{ €/kpl} \\ p\text{:n } \% \text{ muutos} = -4,0\% \\ q\text{:n } \% \text{ muutos} = x \\ \text{Jousto} = -1,75 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{x}{-4,0\%} = -1,75 \\ \Leftrightarrow x = (-1,75) \cdot (-4,0\%) \\ \Leftrightarrow x = +7,0\% \\ \text{Uusi kysyntä } 1,07 \cdot 400 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}} = 428 \text{ kpl/kk} \\ \text{V: Heinäk. kysyntä on } 428 \text{ kpl} \end{array}$$

Varastomalleista

$$\begin{aligned} \text{perusmalli} \quad q_0 &= \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\ \text{puutemalli} \quad q_1 &= q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\ TC_1(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q} \end{aligned}$$

Derivaatta

$$\frac{d}{dx}(ax^n) = nax^{n-1}$$

Korkolasku

$$K_t = K_0(1+it) = K_0\left(1 + \frac{p}{100}t\right), \text{ kun } 0 < t < 1$$

$$K_t = K_0(1+i)^t$$

$$K_t = K_0e^{\rho t}, \text{ missä } 1+i = e^{\rho}$$

Jaksolliset suoritukset

jakson lopussa suoritettujen yhtäsuurten maksujen prolongointitekijä:

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

jakson lopussa suoritettujen yhtäsuurten maksujen diskonttaustekijä:

$$a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

kuoletuskerroin:

$$c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$