

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. välikoe ma 7.2.2011

Ratkaise 3 tehtävää! Kokeessa saa käyttää laskinta ja taulukkokirjaa
korjaaja: Matti Laaksonen, Vaasan yliopisto, PL 700, 65101 Vaasa

1. a) (3p) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa y :n jousto x :n suhteen.
b) (3p) Tuotteen kysyntä oli tammikuussa 1100 tuotetta ja hinta oli tammikuussa 15,00 €/tuote. Kun tuotteen hintaa nostettiin 0,50 eurolla, niin tuotteen kysyntä laski 8%. Mikä on tuotteen kysynnän hintajousto?

a) y :n jousto x :n suhteen on y :n %-muutos
jaottuna x :n %-muutokseen

$$\text{jousto} = \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

b) $q = 1100$ kpl/kk

$p = 15,00$ €/kpl

$\Delta p = 0,50$ €/kpl

$\Delta q = -0,08 \cdot 1100 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}} = -88 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}$

$$\begin{aligned} \text{jousto} &= \frac{\Delta q}{\Delta p} \frac{p}{q} = \frac{-88 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}}{0,5 \text{ €/kpl}} \cdot \frac{15,00 \text{ €/kpl}}{1100 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}} \\ &= -2,4 \end{aligned}$$

V: kysynnän hintajousto on $-2,4$

2. a) (4p) Investointiprojektin perusinvestointi on 8250€ ja kuukausittainen nettotulovirta $k = 200\text{€}/\text{kk}$ alkaa heti investoinnin jälkeen ja kestää 5 vuotta. Onko investoinnin nettonykyarvo ~~olla~~ positiivinen, kun laskentakorko on 8% (todellinen vuosikorko).

b) (2p) Selitä lyhyesti kaksi investointiprojektin kannattavuuden mittaria. (Miten lasketaan, mitä erityistä siihen liittyy, milloin projekti on kannattava?)

$$\begin{aligned}
 a) \quad NNA &= -8250 + \sum_{k=1}^{60} \frac{200\text{€}}{(1,08^{1/12})^k} \\
 &= -8250 + \frac{200\text{€}}{1,08^{1/12}} \cdot \frac{(1 - \frac{1}{1,08^{60/12}})}{(1 - \frac{1}{1,08^{1/12}})} \\
 &= -8250 + 9928,98 \\
 &= 1678,98 > 0
 \end{aligned}$$

b) Nettonykyarvo NNA saadaan, kun jokainen nettokassaerä diskoutetaan nykyhetkeen. Jos $NNA > 0$, niin projekti on kannattava käytetyllä laskentakorolla.

Suhteellinen nykyarvo $SNA = \frac{NNA(\text{tulovirtä})}{NNA(\text{menovirtä})}$. Jos $SNA > 1$, niin projekti on kannattavampi käytetyllä laskentakorolla. SNA mittaa suhteellista kannattavuutta, jolloin "pienikin voi olla hyvä".

Sisäinen korkokanta i_{sis} on se laskentakorko, jolla $NNA = 0$. Tällöin projektin hyödyä antaa korkoa rajoittamatta pääomalle. Sisäistä korkokantaa ei aina ole olemassa. Jos nettokassavirta vaihtaa merkityä väliä kerran, niin i_{sis} on olemassa. Jos i_{sis} on suurempi kuin tuotto vaatimus, niin projekti on kannattava.

ROI takaisinmaksuaika
 Annuitti-periaate

3. Yrityksen kysyntäfunktio on $p = 54 - 0.1q$. Suunnittelemme yrityksen tuotantoa (q) kuukausijaksoissa. Rajakustannus on $C(q) = 30q + 0.1q^2 + 50$.

a) (1p) Kirjoita tuottofunktion lauseke $R(q)$.

b) (1p) Kirjoita rajakustannusfunktion lauseke $MC(q)$.

c) (1p) Kirjoita voittofunktion lauseke $P(q)$.

d) (3p) Millä tuotannon q arvolla yritys maksimoi voittonsa. Mikä on yrityksen maksimivoitto?

$$a) R(q) = q \cdot p = \underline{\underline{54q - 0,1q^2}}$$

$$b) MC(q) = \frac{d}{dq}(30q + 0,1q^2 + 50) = \underline{\underline{30 + 0,2q}}$$

$$c) P(q) = R(q) - C(q) = (54q - 0,1q^2) - (30q + 0,1q^2 + 50) \\ = \underline{\underline{24q - 0,2q^2 - 50}}$$

$$d) MC = MR \\ 30 + 0,2q = 54 - 0,2q \\ 0,4q = 24 \quad | \cdot 10 : 4 \\ \underline{\underline{q = 60}}$$

$$P(60) = 24 \cdot 60 - 0,2 \cdot 60^2 - 50 \\ = 1440 - 720 - 50 \\ = \underline{\underline{670}}$$

4. a) (1p) Ratkaise yhtälö

$$1.03^x = 1.75$$

b) (2p) Mikä on lainan todellinen vuosikorko, jos kuukausikorkokanta on $i = 0.006627967$?

c) (3p) Määritä tasaerälainan annuiteetti, kun lainan määrä on 8000 euroa, laina-aika on 20 kuukautta, lainaa lyhennetään kuukausittain, ja todellinen vuosikorko on 7,25%.

$$a) 1,03^x = 1,75 \quad | \ln \\ \times \ln 1,03 = \ln 1,75 \\ x = \frac{(\ln 1,75)}{(\ln 1,03)} = 18,9$$

$$b) (1+i)^{12} = 1,006627967^{12} \\ = 1,082500003 \\ \rightarrow \text{tod. vuosik.} = 8,25\%$$

$$c) (1+i)^{12} = 1,0725 \rightarrow 1+i = 1,0725^{1/12} \\ k = c \cdot K_0 = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot K_0 = \frac{[1,0725^{1/12} - 1] \cdot 1,0725^{20/12}}{(1,0725^{20/12} - 1)} \cdot 8000 \text{ €} \\ = 425,02 \text{ €} \quad (\text{Tarkistus } 20 \cdot 425 \approx 8500 \text{ ok})$$

Vastaus: a) $x = 18,9$ b) $8,25\%$ c) $425,02 \text{ €}$

Tämä kaavakokoelma saa olla mukana täydentämässä MAOLlin taulukkoa

Varastomalleista

$$\begin{aligned} \text{perusmalli} \quad q_0 &= \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\ \text{puutemalli} \quad q_1 &= q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\ TC_1(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q} \end{aligned}$$

Derivaatta

$$\frac{d}{dx}(ax^n) = nax^{n-1}$$

Korkolasku

$$K_t = K_0(1+it) = K_0\left(1 + \frac{p}{100}t\right), \text{ kun } 0 < t < 1$$

$$K_t = K_0(1+i)^t$$

$$K_t = K_0e^{pt}, \text{ missä } 1+i = e^p$$

Jaksolliset suoritukset

jakson lopussa suoritettujen yhtäsuurten maksujen prolongointitekijä:

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

jakson lopussa suoritettujen yhtäsuurten maksujen diskonttaustekijä:

$$a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

kuoletuskerroin:

$$c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$