

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannusfunktio

Rajatuotto ja rajakustannus

Voitonmaksimointi

Esimerkkejä

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimointi

Esimerkkejä

Merkinnät

Seuraavassa tullaan systemaattisesti käyttämään seuraavia merkintöjä

$q =$	tuotannon määrä (quantity)	(kpl/kk)
$p =$	tuotteen hinta (price)	(€/kpl)
$R(q) =$	tuotto (revenue)	$R(q) = pq$
$MR(q) =$	rajatuotto (marginal revenue)	$MR(q) = R'(q)$
$C(q) =$	kustannukset (cost)	
$MC(q) =$	rajakustannus (marginal cost)	$MC(q) = C'(q)$
$P(q) =$	voitto (profit)	$P = R - C$
$VC =$	muuttuvat kust. (variable cost)	
$FC =$	kiinteät kust. (fixed cost)	$C = VC + FC$
$AC =$	C/q yksikkökust. (average cost)	
$AVC =$	VC/q muuttuvat yksikkökust.	
$AFC =$	FC/q kiinteät yksikkökust.	

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
ointi

Esimerkkejä

Kysyntäfunktio

Kysyntäfunktio kuvaa miten tuotteen hinta riippuu tarjolla olevien tuotteiden määrästä

$$p = p(q).$$

Kysyntäfunktioita ei yleensä tunneta tarkasti. Lisäksi kysyntä voi muuttua. Melko tavalista on, että "oikea" kysyntäfunktio korvataan sitä mahdollisimman lähellä olevalla lineaarisella kysyntäfunktioilla

$$p = a - bq$$



Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
mointi

Esimerkkejä

Tuottofunktio kertoo myynnistä kassaan kertyvän rahavirran

$$R(q) = q \cdot p(q).$$

Kun sijoitamme tähän lineaarisen kysyntäfunktion, saamme mallin mukaisen tuottofunktion

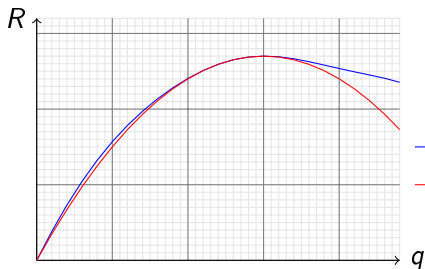
$$R(q) = q \cdot (a - bq) = aq - bq^2.$$

Tuottofunktio



— oikea $p = f(q)$

— mallin $p = a - bq$



— oikea $R = q \cdot f(q)$

— mallin $R = aq - bq^2$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
mointi

Esimerkkejä

- ▶ Normaalitilanteessa yrityksen tuottofunktio on kasvava.
- ▶ Tuottofunktion kasvuvauhti pienenee. Eli Rajatuotto on vähenevä

$$\frac{\partial MR(q)}{\partial q} < 0.$$

- ▶ Kun q :ta kasvatetaan, niin lopulta tuotto funktiokin tulee väheneväksi, mutta tämä ei ole enää "normaalia".

Kustannusfunktio

Kustannusfunktio voidaan periaatteessa selvittää niin tarkasti kuin halutaan. Käytännössä valitaan mallin kustannusfunktio niin, että se on

- ▶ (1) yksinkertainen,
- ▶ (2) lähellä oikeata ja
- ▶ (3) $MC'(q) > 0$.

(Mikrotalousteorian mukaan normaalin yrityksen rajakustannukset ovat kasvavat.)

Siis valitaan a ja b niin, että normaalin toiminnan alueella seuraavat funktiot ovat mahdollisimman lähellä oikeita

$$MC(q) = c + dq$$

$$C(q) = FC + cq + \frac{1}{2}dq^2$$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
mointi

Esimerkkejä

Kustannusfunktio

$$C(q) = FC + cq + \frac{1}{2}dq^2$$

Jos kustannuslaskenta on hoidettu hyvin, niin

- ▶ Ensimmäinen termi FC , eli kiinteät kustannukset, tiedetään tarkasti,
- ▶ toisen termin kerroin c , joka on tuotannontekijöiden kustannukset per tuote, tunnetaan myös.
- ▶ Loppu kustannuksista on $0.5dq^2$, joten viimeinenkin kerroin saadaan laskettua.

Kolmas termi on hankalin ymmärtää. Koska halusimme yksinkertaisen rajakustannuksen, valitsimme malliin rajakustannusfunktioksi ensimmäisen asteen polynomifunktion. Silloin kustannusfunktio on toisen asteen polynomifunktio.

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

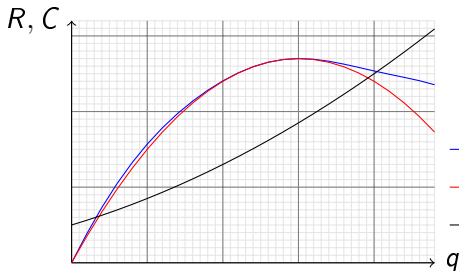
Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
mointi

Esimerkkejä

Rajatuotto ja rajakustannus



— oikea $R = q \cdot f(q)$

— mallin $R = aq - bq^2$

— mallin $C = FC + cq + \frac{1}{2}dq^2$



— oikea $P = q \cdot f(q) - C(q)$

— mallin $P = aq - bq^2 - C(q)$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitotmaksimi

Esimerkkejä

Voitonmaksimointi

Mallin mukainen voittofunktio on toisen asteen polynomifunktio, jonka kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli. Maksimivoitto saadaan, kun

$$P'(q) = 0$$

$$\frac{d}{dq}(R(q) - C(q)) = 0$$

$$R'(q) - C'(q) = 0$$

$$MR(q) = MC(q)$$

$$MC = MR$$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimointi

Esimerkkejä

Esimerkkejä

Esim. 1

Esimerkki 1. Tarkastellaan edeltävien kuvaaja-esimerkkien mukaista tapausta.



$$p = 18.00 - 0.30q$$



$$C = 50 + 3.0q + 0.05q^2$$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
mointi

Esimerkkejä

Esimerkkejä

Esim. 1

Voitonmaksimoinnissa tarvitsemme rajakustannukset ja rajatuoton. Siis

$$C = 50 + 3q + 0.05q^2$$

$$MC = 3 + 0.1q$$

$$p = 18 - 0.3q \quad \text{kysyntäfunktio}$$

$$R = qp = 18q - 0.3q^2 \quad \text{tuottofunktio}$$

$$MR = 18 - 0.6q \quad \text{rajabuotto}$$

$$MC = MR$$

$$3 + 0.1q = 18 - 0.6q$$

$$0.7q = 15$$

$$q = \frac{15}{0.7} \approx 21.4$$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajabuotto

Voitonmaksimi-
ointi

Esimerkkejä

Esimerkkejä

Esim. 1

Voitto on siis suurin mahdollinen, kun $q = 21.4$ (kpl/kk).

Voitto on silloin

$$\begin{aligned} P(21.4) &= R(21.4) - C(21.4) \\ &= (18 \cdot 21.4 - 0.3 \cdot 21.4^2) \\ &\quad - (50 + 3 \cdot 21.4 + 0.05 \cdot 21.4^2) \\ &= (247.81) - (50 + 64.2 + 22.90) = 110.70 \text{ (€/kk)} \end{aligned}$$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksi-
mointi

Esimerkkejä

Esimerkkejä

Esim. 2

Yritys valmistaa tuotetta kuukaudessa määrä $q = 150\text{kpl/kk}$ ja saa sen markkinoitua hintaan $p = 18\text{€}$. Kysynnän hintajousto on -3.00 ja kustannusfunktio on $C(q) = 200 + 2q + 0.1q^2$.

- a) Laske voitto.
- b) Maksimoi voitto, kun oletamme kysyntäfunktion lineaariseksi.

Ensimmäinen asia on estimoida kysyntäfunktio. Sen jälkeen lasku etenee samoin kuin edellisessä esimerkissä.

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
mointi

Esimerkkejä

a) Tiedämme, että

$$C(q) = 200 + 2q + 0.1q^2,$$

$$q = 150 \text{ kpl/kk, ja}$$

$$p = 18 \text{ €/kpl}$$

Siis

$$R(150) = 150 \cdot 18 = 2700 \text{ €/kk}$$

$$C(150) = 200 + 2 \cdot 150 + 0.1 \cdot 150^2 = 2750 \text{ €/kk}$$

$$P(150) = R(150) - C(150) = 2700 - 2750 = -50 \text{ €/kk}$$

Yritys tekee siis tappiota.

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
mointi

Esimerkkejä

Esimerkkejä

Esim. 2

b) Kirjoitetaan kysyntäfunktio muotoon

$$p = a - bq.$$

Silloin

$$\text{jousto} = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = \frac{1}{dp/dq} \cdot \frac{p}{q} = \frac{1}{-b} \cdot \frac{p}{q}$$

$$\Leftrightarrow -3 = \frac{1}{-b} \cdot \frac{18}{150}$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{18}{3 \cdot 150}$$

$$\Leftrightarrow b = 0.04$$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
mointi

Esimerkkejä

Saimme siis selville, että kysyntäfunktio on muotoa

$$p = a - 0.04q$$

Seuraavaksi selvitämme vakion a sillä, että tiedämme kysynnän q ja hinnan p arvot nyt (nyt $q = 150$ kpl/kk ja $p = 18$ €/kpl). Sijoitamme arvot edelliseen yhtälöön:

$$18 = a - 0.04 \cdot 150$$

$$a = 18 + 0.04 \cdot 150 = 24$$

Siis

$$p = 24.00 - 0.04q$$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi-
mointi

Esimerkkejä

Esimerkkejä

Esim. 1

Voitonmaksimoinnissa tarvitsemme rajakustannukset ja rajatuoton. Siis

$$C = 200 + 2q + 0.1q^2$$

$$MC = 2 + 0.2q$$

$$p = 24.00 - 0.04q \quad \text{kysyntäfunktio}$$

$$R = 24q - 0.04q^2 \quad \text{tuottofunktio}$$

$$MR = 24 - 0.08q \quad \text{rajabuotto}$$

$$MC = MR$$

$$2 + 0.2q = 24 - 0.08q$$

$$0.28q = 22$$

$$q = \frac{22}{0.28} \approx 78.6$$

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajabuotto

Voitonmaksimi-
ointi

Esimerkkejä

Esimerkkejä

Esim. 2

Tiedämme, että

$$R(q) = 24q - 0.04q^2$$

$$C(q) = 200 + 2q + 0.1q^2,$$

$$q^* = 78.6 \text{ kpl/kk}$$

Siis

$$\begin{aligned} P(78.6) &= R(78.6) - C(78.6) \\ &= (24 \cdot 78.6 - 0.04 \cdot 78.6^2) \\ &\quad - (200 + 2 \cdot 78.6 + 0.1 \cdot 78.6^2) \\ &= 664.29 \text{ €/kk} \end{aligned}$$

Tällä tuotannon määrällä yritys tekee voittoa.

Aiheet

Merkinnät

Kysyntäfunktio

Tuottofunktio

Kustannus-
funktio

Rajatuotto ja
rajakustannus

Voitonmaksimi

Esimerkkejä