

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

Esimerkkejä, (ke 6.10.2010) 5.2.2011

1. Tutkitaan investointiprojektia, jonka perusinvestointi on 120 000 €, pitoaika on 15 vuotta ja keskimääräinen nettotulo on 20 000 € (/ vuosi). Jäännösarvo on $JA = 30\,000\text{ €}$.
- Piirrä kassavirtakaavio.
 - Laske projektin nykyarvo (laskentakorko on 16% (vuosikorko)).
 - Arvioi projektin sisäistä korkokantaa.
 - Laske ROI_{II} (Tässä nettotulos on tyypillisen vuoden nettotulo eli 20 000 € ja oletamme lisäksi, että perusinvestointi sisältää kaiken sitoutuneen pääoman, myös käyttöpääoman. Jätetään tässä arvioissa jäännösarvo huomioimatta. Miten jäännösarvo vaikuttaa kannattavuuteen?).
5. Tutkitaan edelleen tehtävän 1 projektia. Määritä projektin suhteellinen nykyarvo ja takaisinmaksuaika, kun
- laskentakorko on 0% (käytetään tulojen nimellisarvoja)
 - laskentakorko on 16% (todellinen vuosikorko).
6. Arvioi annuiteettimenetelmällä tehtävän 1 projektin kannattavuutta, kun laskentakorko on 16% ja
- jäännösarvo on nolla,
 - jäännösarvo on 50 000 €.

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{pt} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i) = e^p$$

Jaksolliset suoritukset

$$\text{prolongointitekijä } s_{n,i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$\text{diskonttaustekijä } a_{n,i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$$

$$\text{kuoletuskerroin } c_{n,i} = \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

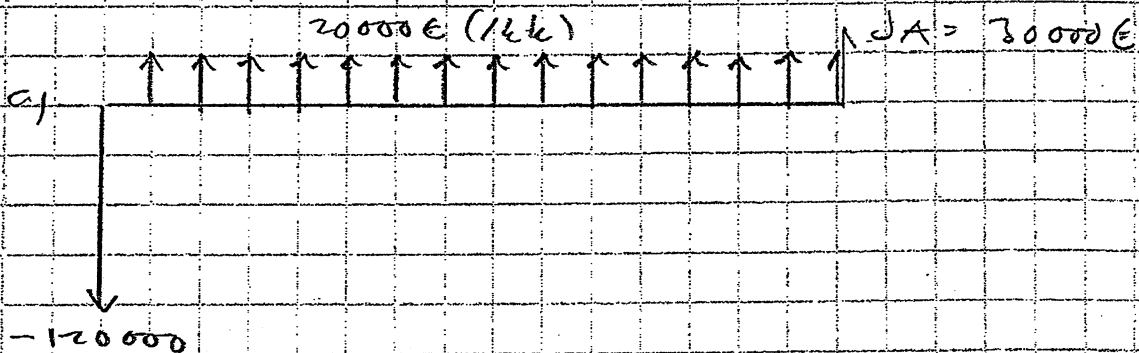
$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i} K_0$$

$$\text{osamaksuerä } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

1. Tutkitaan investointiprojektia, jonka perusinvestointi on 120 000 €, pitoaika on 15 vuotta ja keskimääräinen nettotulo on 20 000 € (/vuosi). Jäännösarvo on $JA = 30\,000\text{€}$.

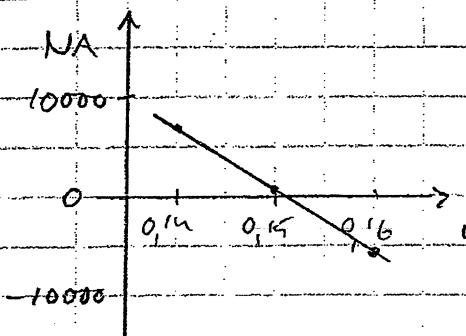
- Piirrä kassavirtakaavio.
- Laske projektin nykyarvo (laskentakorko on 16% (vuosikorko)).
- Arvioi projektin sisäistä korkokantaa.
- Laske ROI_{II} (Tässä nettotulos on tyypillisen vuoden nettotulo eli 20 000 € ja oletamme lisäksi, että perusinvestointi sisältää kaiken sitoutuneen pääoman, myös käyttöpääoman. Jätetään tässä arvioissa jäännösarvo huomioimatta. Miten jäännösarvo vaikuttaa kannattavuuteen?).



$$b) NA = -120\,000\text{€} + 20\,000\text{€} \frac{(1,16^{15} - 1)}{0,16 - 1,16^{15}} + \frac{30\,000\text{€}}{1,16^{15}} = -5\,253\text{€}$$

$$c) \begin{matrix} i & NA \\ 0,14 & -120\,000\text{€} + 20\,000\text{€} \frac{(1,14^{15} - 1)}{0,14 - 1,14^{15}} + \frac{30\,000\text{€}}{1,14^{15}} = 7\,046\text{€} \end{matrix}$$

$$0,15 \quad -120\,000\text{€} + 20\,000\text{€} \frac{(1,15^{15} - 1)}{0,15 - 1,15^{15}} + \frac{30\,000}{1,15^{15}} = 6\,34\text{€}$$



$$i_{s\ddot{r}} \approx 0,151 \quad (\rightarrow 15,1\%)$$

$$d) ROI_{II} = \frac{20\,000\text{€}}{120\,000\text{€}} \cdot 100\% = 16,7\%$$

5. Tutkitaan edelleen tehtävän 1 projektia. Määritä projektin suhteellinen nykyarvo ja takaisinmaksuaika, kun

a) laskentakorko on 0% (käytetään tulojen nimellisarvoja)

b) laskentakorko on 16% (todellinen vuosikorko).

$$a) \text{SNA} = \frac{15 \cdot 20000 \text{€} + 30000 \text{€}}{120000 \text{€}} = 2,75$$

$$n^* = \frac{120000 \text{€}}{20000 \text{€}} = 6 \text{ (vuotta)}$$

$$b) \text{SNA} = \frac{\sum_{k=1}^{15} \frac{20000}{1,16^k} + \frac{30000}{1,16^{15}}}{120000} = \underline{\underline{0,956}}$$

$$\frac{((1+i)^{n^*} - 1)}{i(1+i)^{n^*}} \cdot 20000 \text{€} = 120000 \text{€}$$

$$\text{merkittään } (1+i)^{n^*} = (1,16^{1/12})^{n^*} = x$$

$$\text{Siis } \frac{x-1}{0,16x} = 6$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 0,96x$$

$$\Leftrightarrow 0,04x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 25$$

$$\Rightarrow 1,16^{n^*/12} = 25 \quad | \ln(\cdot)$$

$$\frac{n^*}{12} \ln 1,16 = \ln 25$$

$$n^* = 12 \cdot \frac{\ln 25}{\ln 1,16} = 260,25 \text{ (kk)}$$

$$= \underline{\underline{21,7 \text{ vuotta}}}$$

6. Arvioi annuiteettimenetelmällä tehtävän 1 projektin kannattavuutta, kun laskentakorko on 16% ja

a) jäännösarvo on nolla,

b) jäännösarvo on 50 000 €.

$$a) (1+i)^{12} = 1,16 \rightarrow 1+i = 1,16^{\frac{1}{12}}$$

$$C = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{0,16 \cdot 1,16^{15}}{1,16^{15} - 1}$$

$$a) C \cdot 120\,000 \text{ €} = 21\,523 \text{ €} > 20\,000 \text{ €} !$$

$$b) C \cdot \left(120\,000 \text{ €} - \frac{50\,000}{1,16^{15}} \right) = 20\,442 \text{ €} > 20\,000 \text{ €} !$$