

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

7. harjoitus, (25.2.2012)

1. Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kahta tuotetta A ja B. Tuotteen A valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 12min ja raaka-ainetta 15kg. Raaka-ainetta on olemassa 2500 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden A-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 5 euroa ja yhden B-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 7 euroa. Mahdollisesti käyttämättä jäänyt muoviraaka-aine voidaan myydä hintaan 300 euroa/tonni. Määrittele päätösmuuttujat ja muodosta lp-malli myyntivoiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

2. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z = & x_1 + 2x_2 \\ \text{ehdoin} & 3x_1 + x_2 \leq 45 \\ & x_1 + x_2 \leq 18 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 60 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

3. Pienyritys valmistaa kahta tuotetta 1 ja 2, ja myy kaiken valmistamansa. Kumpakin tuotetta käsitellään kolmella osastolla seuraavan taulukon mukaisesti.

tuote	tuotantoaika (tuntia)		
	os. A	os. B	os. C
1	4	2	8
2	4	4	4

Kullakin osastolla käytettävissä oleva työvoima on rajallinen siten, että työtunteja on osastoilla viikossa käytettävissä seuraavasti

osasto	työtunteja viikossa
A	320
B	240
C	400

Kate (myyntitulo - valmistuskustannukset) yhdeltä "1"-tuotteelta on 300€ ja kate yhdeltä "2"-tuotteelta 500€.

Muodosta LP-malli yrityksen kokonaiskatteen maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

4. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}$$

5. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 4x + 5y - 3z = 3 \\ x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$$

6. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 5y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

7. Etsi ainakin yksi ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ 3x + 5y - 2z = 4 \end{cases}$$

Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määritettyjä!) a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, b) $\mathbf{A} + \mathbf{C}$, c) $\mathbf{B} + \mathbf{C}$

9. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määritettyjä!) a) \mathbf{AB} , b) \mathbf{BA} , c) \mathbf{AC} , d) \mathbf{CA} , e) $\mathbf{C}^T \mathbf{A}$

10. Tuotteiden A, B ja C sisäänostohinnat ovat

tuote	A	B	C
hinta	2.50	0.50	1.00

Sijoitetaan vastaavat luvut matriisiin (hintavektori)

$$\mathbf{p} = (2.5 \quad 0.5 \quad 1.0).$$

Yritykse kolme osastoa: myyntiosasto (M-os), valmistusosasto (V-os), suunnitteluosasto (S-os) ja Helsingin toimisto (H-to) ostavat tammikuussa tuotteita A, B ja C seuraavan taulukon mukaiset määrät

tuote	A	B	C
M-os	20	30	0
V-os	10	50	20
S-os	0	10	40
H-to	30	10	10

Sijoitetaan nämäkin luvut matriisiin (ostomatriisi)

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 10 & 50 & 20 \\ 0 & 10 & 40 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

- Laske matriisilauseke \mathbf{pD}^T . (Mitä edellä saadun vektorin koordinaatit merkitsevät?)
- Onko lauseke \mathbf{pD} järkevä (mikä sen arvo on)?
- Onko lauseke \mathbf{Dp}^T järkevä (mikä sen arvo on)?
- Onko lauseke \mathbf{Dp} järkevä (mikä sen arvo on)?