

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

9. harjoitus, (la 3.3.2012)

1. a) Onko seuraavalla yhtälöryhmällä yksikäsitteinen ratkaisu?
 b) Ratkaise (Cramerin kaavoilla tai muuten) yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - 2y + z = -7 \\ y - 2z = 0 \\ 3x + 9y - 20z = 0 \end{cases}$$

2. a) Onko seuraavalla yhtälöryhmällä ei-triviaali ratkaisu?
 b) Etsi jokin ei-triviaali ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} 3x - 3y + 4z = 0 \\ y - 2z = 0 \\ 3x + 9y - 20z = 0 \end{cases}$$

3. a) Millä vakion a arvolla yhtälöryhmällä on yksikäsitteinen ratkaisu?
 b) Ratkaise muuttujan x arvo (Cramerin kaavoilla tai muuten) yhtälöryhmästä

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 4y - 2z = 5 \\ ax - y + z = 0 \end{cases}, \quad a \in \mathbb{R}$$

4. a) Millä vakion a arvoilla alla olevalla matriisilla \mathbf{A} on käänteismatriisi? b) Määritä rivioperaatioiden avulla käänteismatriisi matriisille \mathbf{A} . c) Määritä adjungaatti-kaavalla käänteismatriisi matriisille \mathbf{A} .

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & a \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Alla on taulukossa esitettyä erään yrityksen tuotannon jakautumisen ja panosten käyttö tilikaudella. Laske tuotteiden omakustannusarvot.

		Os1	Os2	Os3	myynti (kpl)	yhteensä (kpl)	hinta (€/kpl)
	Os1	50	100	0	850	1000	p_1
	Os2	10	40	50	400	500	p_2
	Os3	20	0	30	200	250	p_3
raaka-aine 1	tt1	300	0	700		1000	1.00
raaka-aine 2	tt2	400	400	0		800	10.00
työvoima 1	tt5	70	100	150		320	20.00
työvoima 2	tt6	10	15	10		35	50.00

6. Laske integraalit

$$\text{a) } \int (2x^3 + 6x^2 - 4x + 3) dx$$

$$\text{b) } \int_1^4 10x dx$$

Matriisikaavoja ($n \times n$) neliöatriisille $\mathbf{A} = (a_{ij})$

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{i+k} a_{ik} \det(\mathbf{A}_{ik}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+j} a_{kj} \det(\mathbf{A}_{kj})$$

missä $\det(\mathbf{A}_{rs})$ on alkioon a_{rs} liittyvä minori

$$\text{adj}(\mathbf{A}) = (\alpha_{ij})$$

missä $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{ji})$ on alkioon a_{ji} liittyvä kofaktori

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \text{adj}(\mathbf{A})$$

Cramerin kaavat:

$$x_j = D_j/D$$