

OPERAATIOANALYYSI ORMS.1020

Tentti 15.3.2008

1. Tietty päätösongelma on mallinnettu LP-malliksi, jossa on kaksi varsinaista päätösmuuttujaa ja kolme näiden muuttujien valintaa rajoittavaa ehtoa. Probleema on tyypiltään maksimointitehtävä. Muuttujia koskevat lisäksi normaalit ei-negatiivisuusvaatimukset.

Tehtävä ratkaistiin Simplex -algoritilla. Algoritmin lähtöratkaisua vastaava taulukko oli muotoa:

Kanta	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Ratkaisu
z	1	-8	-5	0	0	0	0
s_1	0	1	0	1	0	0	150
s_2	0	0	1	0	1	0	250
s_3	0	2	1	0	0	1	500

Kolmannen iteraation jälkeen algoritmi tuotti tehtävälle optimiratkaisun. Optimiratkaisun taulukko oli muotoa:

Kanta	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Ratkaisu
z	1	0	0	0	1	4	2250
x_1	0	1	0	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	125
s_1	0	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	25
x_2	0	0	1	0	1	0	250

- a) Esitä LP-malli, jonka ratkaisua yllä on tarkasteltu, kanonisessa muodossaan.
- b) Mikä on mallin ratkaisu? Onko tämä ratkaisu yksikäsitteinen (perusteltu vastaus, oikeaan osunut arvaus ei tuota pisteitä)?
- c) Mitkä mallin rajoitteista ovat optimiratkaisussa kriittisiä, ts. optimia aidosti rajoittavia (perusteltu vastaus)?
2. Tehtäväpaperin liitteessä on esitetty luentomateriaaliinkin sisältyvä pienen alkoholitehtaan toiminnan mallintamisongelma ja sen ratkaisu LP-mallia ja Simplex -algoritmia hyödyntäen. Liitteessä on kuvattu tehtaan toiminta sekä verbaalisti että toimintakaaviona. Mallin laatimista varten on esitetty pääkohdat aktiviteettianalyysistä (mm. muuttujien valinta, rajoitteiden määritys). Malli on ratkaistu Lindo -ohjelmaa käyttäen. Tästä vaiheesta on esitetty sekä ohjelmaan syötetty malli että ohjelman tulostama ratkaisu. Tehtävänäsi on nyt tulkita tätä ratkaisua. **Huom!** Tehtäväkuvauksen laajuuden takia tämän tehtävän painoarvo (tehtävästä saatava maksimipistemäärä) on kaksinkertainen muihin tehtäviin verrattuna.

- a) Tehdas käyttää neljää eri raaka-ainetta, omenoita, rypäleitä, maltaita ja sokeria. Mitkä ovat näiden raaka-aineiden käyttömäärät optimiratkaisun mukaisessa valmistusohjelmassa? Raaka-aineiden hankintaa ja käyttöä koskevat tietyt rajoitteet. Mitkä näistä rajoitteista ovat kriittisiä optimiratkaisun kannalta (muista perustelu, pelkkä luettelo ei riitä vastaukseksi)?
- b) Tehdas valmistaa neljää eri lopputuotetta, mietoa viiniä, väkevää viiniä, vodkaa ja spriitä. Mitkä ovat näiden lopputuotteiden valmistusmäärät optimitavalla toimittaessa? Myös lopputuotteille ovat voimassa tietyt markkinarajoitteet. Mitkä näistä rajoitteista ovat kriittisiä, ts. optimiratkaisua aidosti rajoittavia (muista perustelu)?
- c) Mallissa on runsaasti valmistusresepteistä aiheutuvia rajoitteita (ns. taseyhtälöt sekä tietyt pitoisuusvaatimukset). Tämän lisäksi on joukko tuotantoprosessiin liittyviä kapasiteettirajoitteita. Etsi kapasiteettien osalta vastaukset seuraaviin kysymyksiin. Mistä tuotantoeristä viinikäymisastian kapasiteetin käyttö muodostuu; onko astian kapasiteetti täydessä käytössä? Entä rankkiastian? Mitkä tuotantoerät käyttävät kahden tislaukolonnin kapasiteettia; jääkö kolonnien kapasiteettia käyttämättä?
3. Oletetaan, että kolme maata, Argland, Burgland ja Churgland, tuottavat kaiken maailmassa tarvittavan vehnän, ohran ja kauran. Maailmanlaajuinen vehnän kysyntä edellyttää 125 milj. hehtaarin viljelyalaa vehnälle, ohran kysyntä 60 milj. hehtaaria ohralle ja kauran kysyntä 75 milj. hehtaaria kauralle. Viljelyalaa on maittain käytettävissä eri lajikkeiden viljelyyn yhteensä 70 milj. hehtaaria (Argland), 110 milj. hehtaaria (Burgland) ja 80 milj. hehtaaria (Churgland). Tarvittava työmäärä hehtaaria kohti vaihtelee maittain. Vehnälle nuo työmäärät ovat 18 tuntia, 13 tuntia ja 15 tuntia maat edellä olevassa järjestyksessä tarkasteltuina. Ohran vaatimat tuntimäärät hehtaaria kohtia eri maissa ovat vastaavasti 19 tuntia, 15 tuntia ja 10 tuntia sekä kauran 12 tuntia, 10 tuntia ja 16 tuntia. Palkkakustannukset (€/tunti) ovat 6.75 vehnälle (kaikki maat), ohralle maittain vaihdellen 4.10, 6.25 ja 8.50 sekä kauralle 8.25 (kaikki maat). Miten peltoala tulisi eri maissa eri viljalajikkeille allokoida, jotta työvoimakustannusten maailmanlaajuinen kokonaissumma minimoituisi? Mallinna ongelma kuljetustehtävän muotoon ja ratkaise se kuljetusalgoritmia hyödyntäen. Ohje: Merkitse x_{ij} :llä maassa i viljalajikkeelle j allokoitua maa-alaa.
4. Professori on kirjoittanut alaltaan oppikirjan ja tehnyt siitä kustannussopimuksen kustantajansa kanssa. Kirjan käsikirjoituksen valmistuttua pohditaan sen julkaisuaikataulua. Karkean tason suunnittelua varten jäljellä olevat työt on jaettu 10 eri vaiheeseen. Kullekin työvaiheelle on arvioitu sen kesto ja määriteltäviä edeltäviä työvaiheita, ts. työvaiheet, joiden on oltava suoritettuina ennen kuin kyseinen työvaihe voi alkaa. Saatiin seuraava luettelo:

Työvaihe	Edeltäjät	Kesto (vko)
A: Kustannustoimittaja tarkistaa käsikirjoituksen	-	3
B: Taittaja laatii taittomallin	-	2
C: Kirjan kannen suunnittelu	-	4
D: Kuvien ja piirrosten laadinta	-	3
E: Tekijä tarkistaa oikovedoksen ja taittomallin	A, B	2
F: Taittovedoksen valmistus	E	4
G: Tekijä tarkistaa taittovedoksen	F	2
H: Tekijä tarkistaa kuvat ja grafiikan	D	1
K: Kirjan painotyö	G, H	2
L: Kirjan sidonta ja viimeistelytyöt	C, K	4

Kuvaa kirjan painatusprosessi kriittisen polun (CPM) verkkona. Etsi CPM -tekniikalla vastaus seuraaviin kysymyksiin. Missä ajassa kirjan on mahdollista valmistua? Mitkä i) tekijän ja ii) kustantajan työvaiheet ovat kriittisiä aikataulussa pysymisen kannalta? Paljonko tekijällä on pelivaraa hänen osalleen tulevien eri työvaiheiden kohdalla?

Tentissä saa olla mukana tavanomaiset matemaattisten aineiden apuvälineet: taulukko-kirja (MAOL tai vastaava) ja laskin.

HARJOITUSTEHTÄVÄN TILANNEKUVAUS

Olet pienen alkoholituotteita valmistavan yrityksen talouspäällikkö. Toimitusjohtaja on pyytänyt sinua laatimaan pikaisesti suunnitelman keväällä 2008 alkavaa vuoden kestävästä tuotantokautta varten. Erityistä huomiota suunnitelmassa on kiinnitettävä näinä kireinä aikoina tuotannon optimointiin ja kustannusten minimointiin.

Laitoksen teknillisistä yksityiskohdista, ajotavoista sekä tuotteiden laatuvaatimuksista olet saanut tiedon tehtaan tuotantopäälliköltä oheisen tuotantokaavion ja siihen liittyvän taulukon (Taulukko 1) muodossa.

Markkinointipäällikkö on hankkinut tiedot kunkin lopputuotteen menekistä ja välttämättä hoidettavien toimitusten määrästä sekä hinta-arviot kullekin tuotteelle (Taulukko 2).

Hankintapäällikkö on ilmoittanut raaka-aineiden ostohinnat sekä ostojen vähimmäis- ja enimmäismäärät Taulukon 3 muodossa (omenien vähimmäisostomäärästä on sopimus paikallisen viljelijän kanssa, rypäleiden saatavuus taas on rajallinen).

Suunnitelman tulee sisältää vastaukset ainakin seuraaviin kysymyksiin:

1. Hankintaosastolle: mitkä ovat raaka-aineiden ostomäärät?
 - omenat (x_1 kg)
 - rypäleet (x_2 kg)
 - maltaat (x_3 kg)
 - sokeri (x_4 kg)
2. Tuotanto-osastolle: mitkä ovat laitoksen käyttötavat?
 - paljonko mietoa perusviiniä tuotetaan omenoista (x_5 kg) ja paljonko rypäleistä (x_6 kg)
 - paljonko rankkia käytetään (x_7 kg)
 - paljonko kolonni 1:een syötetään tislattavaksi rankkia (x_8 kg) ja paljonko perusviiniä (x_9 kg)
 - mikä on kolonni 1:n kokonaissyöttö (x_{10} kg)
 - suuriko on kolonni 2:n esitislattu syöttö kolonnista 1 (x_{11} kg) ja suuriko raakasyöttö perusviinistä (x_{12} kg)
 - mikä on kolonni 2:n kokonaissyöttö (x_{13} kg)
3. Tuotanto-osastolle: mitkä ovat tuotteiden sekoitustavat?
 - paljonko mietoa perusviiniä käytetään väkevän viinin valmistukseen (x_{14} kg) ja paljonko tällöin tarvitaan sokeria (x_{15} kg) ja tislattua 90 %:sta spriitä (x_{16} kg)
 - paljonko spriitä (x_{17} kg) käytetään vodkan valmistukseen
4. Markkinointiosastolle: mitkä ovat lopputuotteiden valmistus- ja myyntimäärät?
 - väkevä viini (x_{18} kg)
 - vodka (x_{19} kg)
 - mieto viini (x_{20} kg)
 - sprii (x_{21} kg)

Jo tässä vaiheessa olet huomannut, että erilaisia toimintavaihtoehtoja on niin paljon, ettei käsilaskelmista ole juuri mitään hyötyä. Valistuneena talouspäällikkönä käännyt osastollasi operaatioanalyttisiä malleja käyttävien suunnittelijoiden puoleen ja ryhdytte yhdessä muotoilemaan ongelmaa LP-mallin muotoon. Päätätte, että tavoitteellisinta keväällä 2008 alkavan tuotantokauden toimintasuunnitelmalle on maksimaalinen katetuotto eli tavoitteeksi asetetaan maksimoida lauseke myyntituotot – raaka-ainekulut – muuttuvat käyttökustannukset annettujen toiminnasta ja markkinoista aiheutuvien rajoitteiden puitteissa.

Alkoholitehtaan toimintaan liittyviä tietoja

Taulukko 1. Tuotantolaitteiston teknilliset tiedot

Viinikiloa kohti tarvitaan (veden lisäksi, veden kustannusvaikutus on jätetty huomiotta)

- 0.6 kg omenoita ja 0.25 kg sokeria tai
- 0.8 kg rypäleitä ja 0.2 kg sokeria

Viinin käymisaika on 60 vrk, valmiin viinin alkoholipitoisuus on 12 paino- %

Rankkikiloa kohti tarvitaan

- 1 kg maltaita ja 0.1 kg sokeria

Rankin käymisaika on 15 vrk, valmiissa rankissa alkoholia on 8 paino- %

Kolonniensaannot (90 %:na) spriinä ovat seuraavat

- 1 kg viiniä tuottaa 0.12 kg spriitä (kummatkin kolonnit), käyttökustannus 0.25 €/kg
- 1 kg rankkia tuottaa 0.08 kg sikunapitoista (90 %:sta) tislettä (kolonni 1), käyttökustannus 0.20 €/kg
- 1 kg sikunapitoista tislettä tuottaa 0.9 kg spriitä (kolonni 2), käyttökustannus 0.50 €/kg

Sekoitustiedot

<u>komponentti</u>	<u>sokeripitoisuus</u>	<u>alkoholipitoisuus</u>
mieto viini	3 paino- %	12 paino- %
sokeri	100 paino- %	0
sprii	0	90 paino- %
väkevä viini	≥ 12 paino- %	≥ 16 paino- %
vodka	0	≥ 40 paino- %

Kapasiteettitiedot

viinikäymisastia	150 kg / 60 vrk:n käyminen → 900 kg/v	
rankkiastia	50 kg / 15 vrk:n käyminen → 1200 kg/v	
kolonni 1	1200 kg/v sekä rankilla että perusviinillä	eli 0.3 vrk/kg
kolonni 2	600 kg/v perusviinillä	eli 0.6 vrk/kg
kolonni 2	150 kg/v esitislattulla syötöllä	eli 2.4 vrk/kg

Taulukko 2. Markkinointisuunnitelma vuodelle 2005

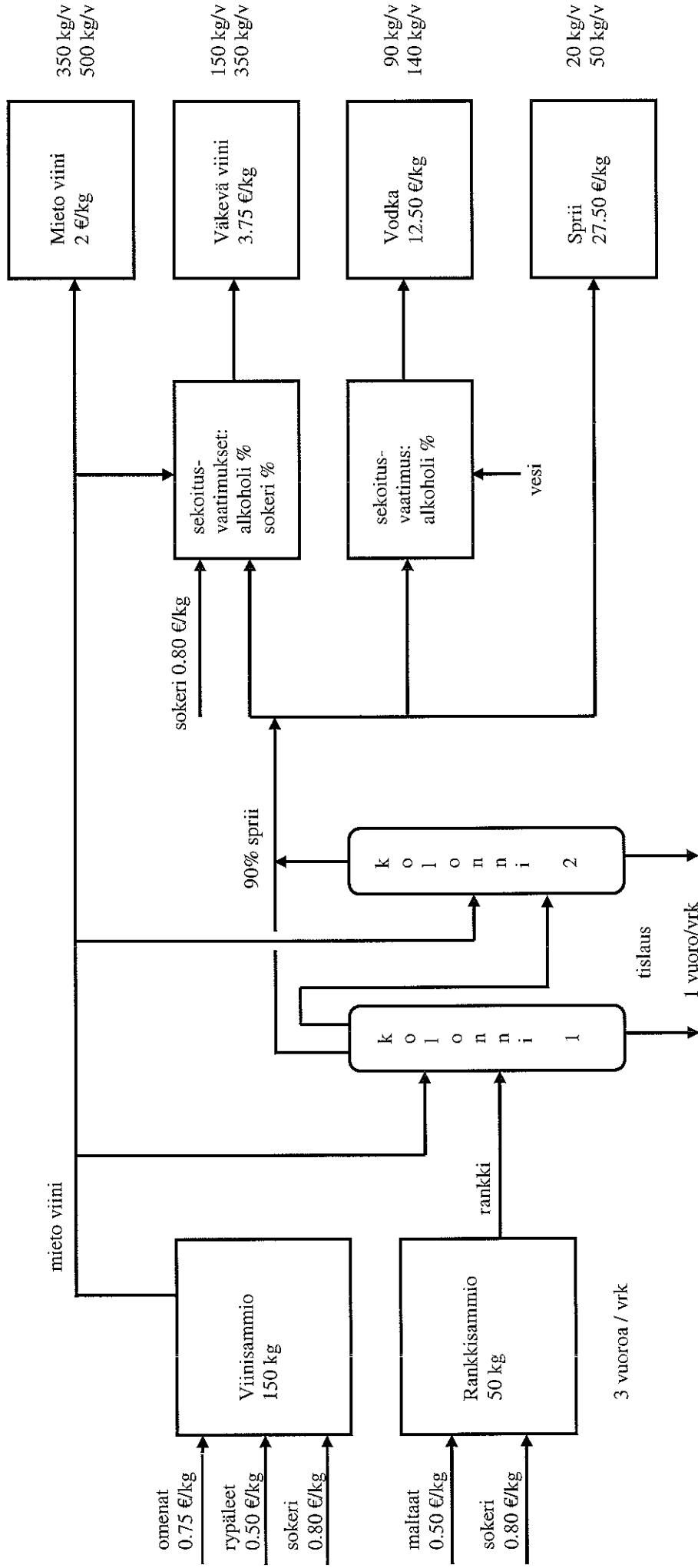
<u>Tuote</u>	<u>Myynnin alaraja</u>	<u>Myynnin yläraja</u>	<u>Yksikköhinta</u>
Mieto viini	350 kg	500 kg	2.00 €/kg
Väkevä viini	150 kg	350 kg	3.75 €/kg
Vodka	90 kg	140 kg	12.50 €/kg
Sprii	20 kg	50 kg	27.50 €/kg

Taulukko 3. Hankintojen rajoitukset

<u>Raaka-aine</u>	<u>Alaraja</u>	<u>Yläraja</u>	<u>Yksikköhinta</u>
Omenat	300 kg	-	0.75 €/kg
Rypäleet	-	400 kg	0.50 €/kg
Maltaat	-	-	0.50 €/kg
Sokeri	-	-	0.80 €/kg

ALKOHOLITEHTAAN TUOTANTOKAAVIO

MENEKKI



Lankkivesi sikunat



RAAKA-AINEET & REAKTORIT

EROTUS

SEKOITUS

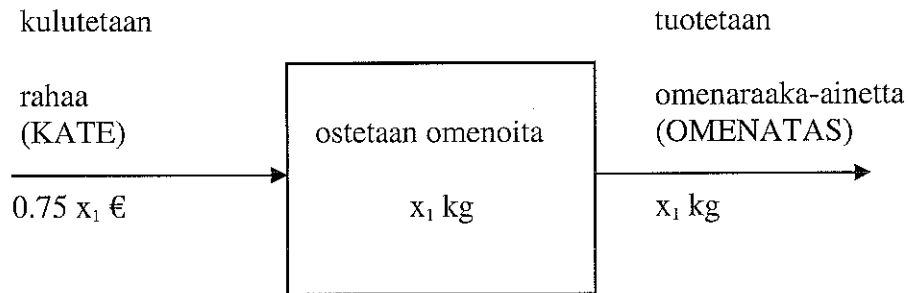
TUOTTEET

ALKOHOLITEHDAS

Aktiviteettianalyysi mallia varten

Raaka-ainelohko

1. Ostetaan omenoita x_1 kg (muuttujana mallissa OMENAT)

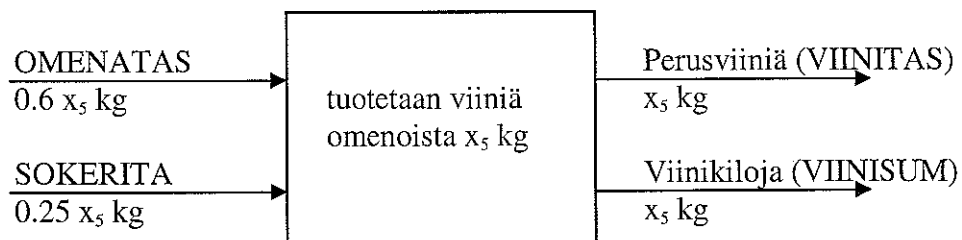


alarajaehto: $x_1 \geq 300$ kg

Vastaavalla tavalla systeemikaaviot ostettaville rypäleille (RYPALEET) ja niiden tuotanto-vaikutukselle raaka-ainetaseeseen (RYPALETA), maltaile (MALTAAT) ja niiden tuotanto-vaikutukselle raaka-ainetaseeseen (MALLASTA) sekä sokerille (SOKERI) ja sen tuotanto-vaikutukselle raaka-ainetaseeseen (SOKERITA) ja kaikkien em. aktiviteettien kulutusvaikutukselle katetuottoon.

Käymislohko

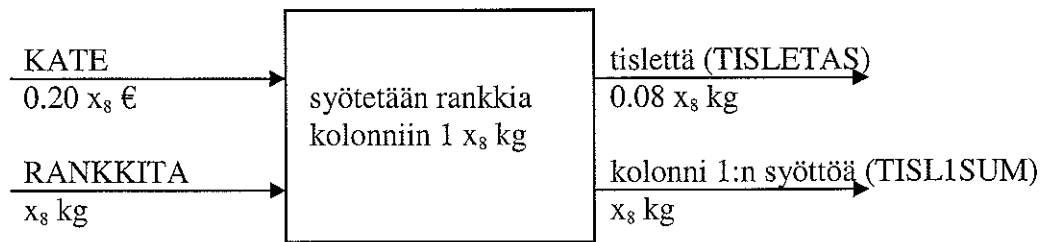
5. Tuotetaan viiniä omenoista x_5 kg (OMENVIIN)



Vastaavalla tavalla systeemikaaviot aktiviteetille rypäleviinin tuotanto (RYPAVIIN) ja sen kulutusvaikutukselle raaka-aineisiin (RYPALETA ja SOKERITA) ja tuotantovaikutukselle perusviiniin ja viinikiloihin sekä aktiviteetille rankin tuotanto (RANKKI) ja sen kulutusvaikutukselle raaka-aineisiin (MALLASTA ja SOKERITA) ja tuotantovaikutukselle rankkikäyttöeseen (RANKKITA). Rankkikäytteen osalta huomattava tuotantorajoitus $x_7 \leq 1200$ kg.

Tislauslohko

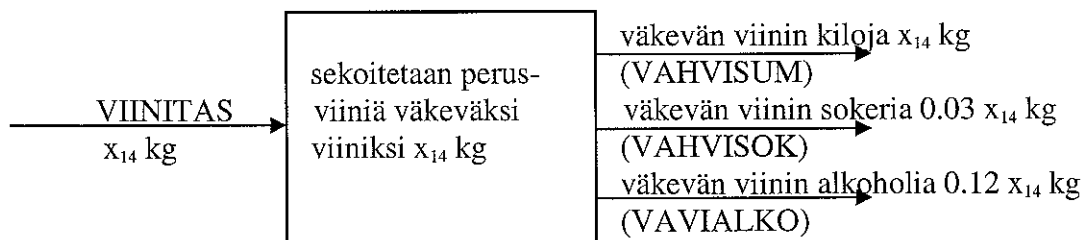
8. Syötetään rankkia kolonniin 1 x_8 kg (RANKTIS1)



Vastaavalla tavalla systeemikaaviot aktiviteetille perusviinin syöttö kolonniin 1 (VIINTIS1) ja sen kulutusvaikutukselle katetuottoon ja perusviiniin (KATE ja VIINITAS) sekä tuotantovaikutukselle perusspriihin (SPRIITAS) ja kolonni 1:n kokonaissyöttöön (TISL1SUM), aktiviteetille kolonnin 1 kapasiteetin käyttö (TISLAUS1) ja sen kulutusvaikutukselle kolonni 1:n kokonaissyöttöön (TISL1SUM), aktiviteetille tisleen syöttö kolonniin 2 ja sen kulutusvaikutukselle katetuottoon ja sikunapitoiseen tisleeseen (TISLETAS) sekä tuotantovaikutukselle perusspriihin, kolonnin 2 kokonaissyöttöön (TISL2SUM) ja kolonnin 2 käyntipäiviin (TIS2KAYN), aktiviteetille perusviinin syöttö kolonniin 2 ja sen kulutusvaikutukselle kate- tuottoon ja perusviiniin sekä tuotantovaikutukselle perusspriihin, kolonnin 2 kokonaissyöt- töön ja kolonnin 2 käyntipäiviin ja aktiviteetille kolonni 2:n kapasiteetin käyttö (TISLAUS2) ja sen kulutusvaikutukselle kolonni 2:n kokonaissyöttöön (TISL2SUM).

Sekoituslohko

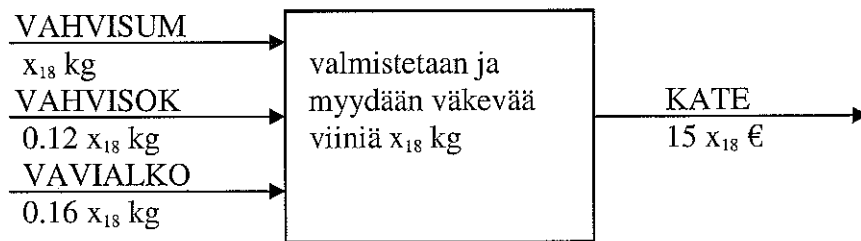
14. Sekoitetaan perusviiniä väkeväksi viiniksi x_{14} kg (VAVIVIIN)



Vastaavalla tavalla systeemikaaviot aktiviteetille sokerin sekoitus väkevään viiniin (VA- VISOK) ja sen kulutusvaikutukselle sokeriraaka-aineeseen (SOKERITA) ja tuotantovai- kutukselle väkevän viinin kiloihin ja väkevän viinin sokeriin, aktiviteetille spriin sekoitus vä- kevään viiniin (VAVISPRII) ja sen kulutusvaikutukselle perusspriihin ja tuotantovaiikutuk- selle väkevän viinin kiloihin ja väkevän viinin alkoholiin sekä aktiviteetille spriin sekoitus vodkaksi (VODKSPRI) ja sen kulutusvaikutukselle perusspriihin ja tuotantovaiikutukselle vodkakiloihin (VODKASUM).

Valmistus-myyntilohko

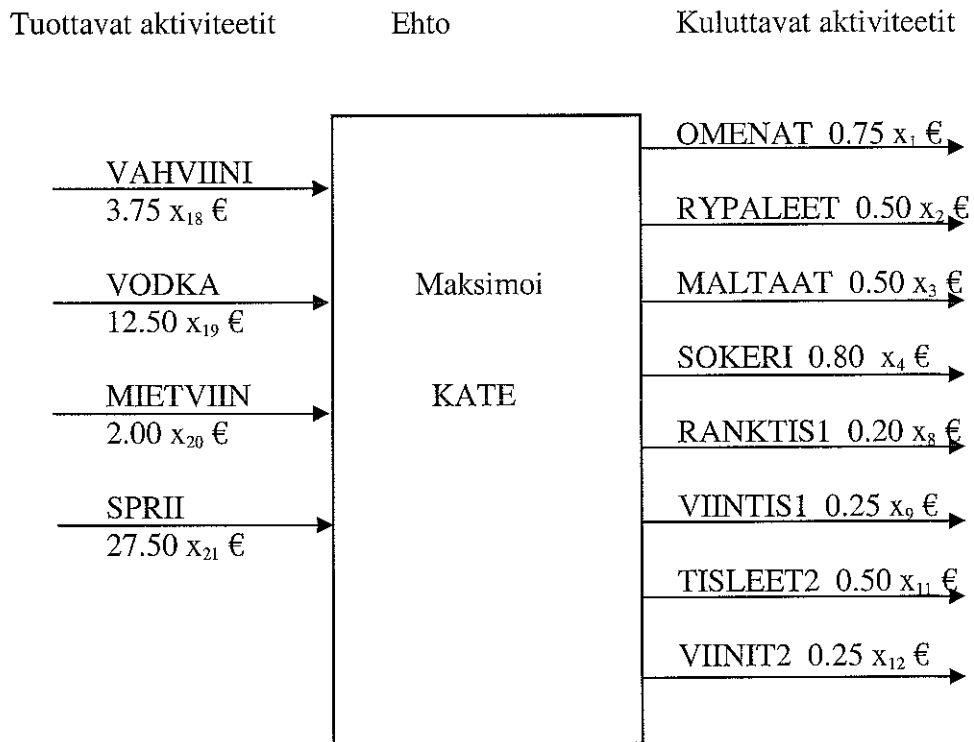
18. Valmistetaan ja myydään väkevää viiniä x_{18} kg (VAHVIINI)



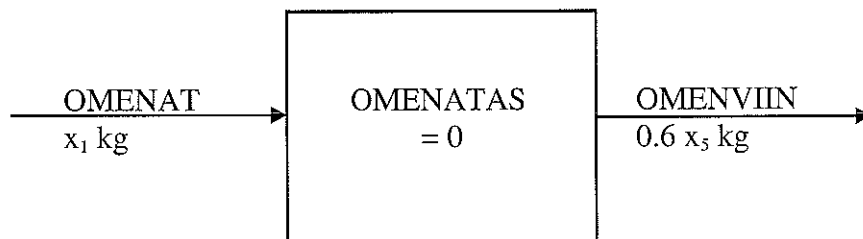
Vastaavalla tavalla systeemikaaviot aktiviteetille vodkan valmistus ja myynti (VODKA) ja sen kulutusvaikutukselle vodkakiloihin ja tuotantovaikutukselle katetuottoon, aktiviteetille miedon viinin myynti (MIETVIIN) ja sen kulutusvaikutukselle perusviiniin ja tuotantovaikutukselle katetuottoon sekä aktiviteetille spriin myynti (SPRII) ja sen kulutusvaikutukselle perusspriihin ja tuotantovaikutukselle katetuottoon.

Rajoitusehtoanalyysi

Tavoitefunktio

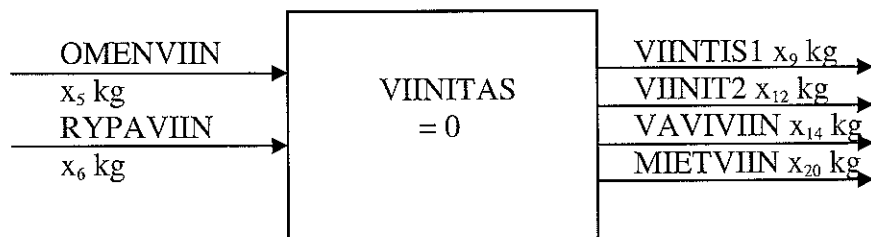


Raaka-ainelohko

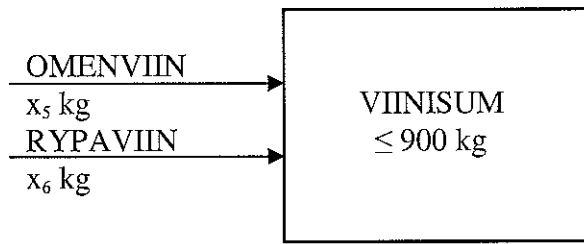


Vastaavasti rypäleille, maltaille ja sokerille

Käymislohko

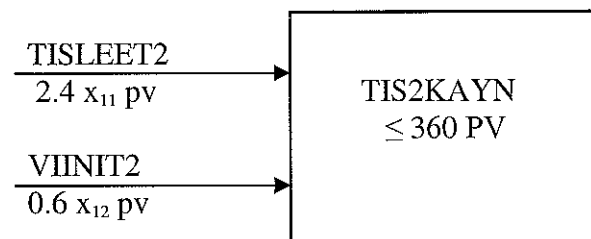


Vastaavasti rankille.

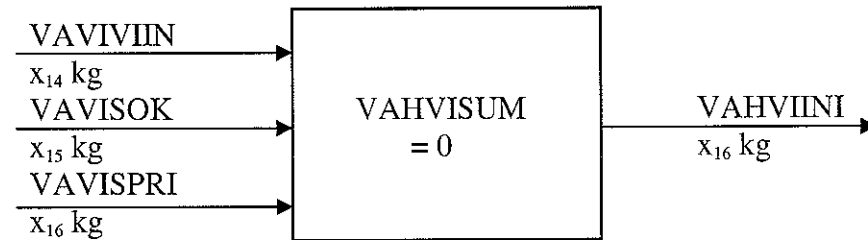


Käymislohko

Tase-ehdot tarvitaan tisleelle (TISLETAS), spriiille (SPRIITAS), kolonnille 1 (TISL1SUM) ja kolonnille 2 (TISL2SUM) sekä lisäksi kolonnin 2 käyntipäiville



Sekoitus-myyntilohko



Vastaavalla tavalla kuin yllä väkevän viinin valmistuksen kokonaismäärälle saadaan taseyhtälöt väkevään viiniin sisältyvälle sokerille ja alkoholille sekä vodkan kokonaismäärälle.

MAX -0.75 OMENAT -0.5 RYPALEET -0.5 MALTAAT - 0.8 SOKERI -0.2 RANKTIS1 - 0.25
VIINTIS1 -0.5 TISLEET2 - 0.25 VIINIT2 + 3.75 VAHVIINI + 12.5 VODKA
+ 2 MIETVIIN + 27.5 SPRII

ST

OMENATAS) OMENAT -0.6 OMENVIIN = 0
RYPALETA) RYPALEET -0.8 RYPAVIIN = 0
MALLASTA) MALTAAT - RANKKI = 0
SOKERITA) SOKERI -0.25 OMENVIIN -0.2 RYPAVIIN -0.1 RANKKI - VAVISOKE = 0
VIINITAS) OMENVIIN + RYPAVIIN - VIINTIS1 - VIINIT2 - VAVIVIIN - MIETVIIN = 0
RANKKITA) RANKKI - RANKTIS1 = 0
VIINISUM) OMENVIIN + RYPAVIIN <= 900
TISLETAS) 0.08 RANKTIS1 - TISLEET2 = 0
SPRIITAS) 0.12 VIINTIS1 + 0.9 TISLEET2 + 0.12 VIINIT2 - VAVISPRI - VODKSPRI
- SPRII = 0
TISL1SUM) RANKTIS1 + VIINTIS1 - TISLAUS1 = 0
TISL2SUM) TISLEET2 + VIINIT2 - TISLAUS2 = 0
TIS2KAYN) 2.4 TISLEET2 + 0.6 VIINIT2 <= 360
VAHVISUM) VAVIVIIN + VAVISOK + VAVISPRI - VAHVIINI = 0
VAHVISOK) 0.03 VAVIVIIN + VAVISOKE - 0.12 VAHVIINI >= 0
VAVIALKO) 0.12 VAVIVIIN + 0.9 VAVISPRI - 0.16 VAHVIINI >= 0
VODKASUM) 2.5 VODKSPRI - VODKA = 0
OMENARAJ) OMENAT >= 300
RYPALERA) RYPALEET <=400
RANKKIRA) RANKKI <= 1200
TISL1RAJ) TISLAUS1 <= 1200
VAVIALAR) VAHVIINI >= 150
VAVIYLAR) VAHVIINI <= 350
VODKAALA) VODKA >= 90
VODKAYLA) VODKA <= 140
MIETOALA) MIETVIIN >= 350
MIETOYLA) MIETVIIN <= 500
SPRIIALA) SPRII >= 20
SPRIIYLA) SPRII <= 50
END

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3209.311

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
OMENAT	300.000000	0.000000
RYPALEET	320.000000	0.000000
MALTAAT	1198.523682	0.000000
SOKERI	356.890839	0.000000
RANKTIS1	1198.523682	0.000000
VIINTIS1	1.476301	0.000000
TISLEET2	95.881897	0.000000
VIINIT2	216.472412	0.000000
VAHVIINI	350.000000	0.000000
VODKA	140.000000	0.000000
MIETVIIN	350.000000	0.000000
SPRII	38.498833	0.000000
OMENVIIN	500.000000	0.000000
RYPAVIIN	400.000000	0.000000
RANKKI	1198.523682	0.000000
VAVISOKE	32.038460	0.000000
VAVIVIIN	332.051270	0.000000
VAVISPRI	17.948717	0.000000
VODKSPRI	56.000000	0.000000
TISLAUS1	1200.000000	0.000000
TISLAUS2	312.354309	0.000000
VAVISOK	0.000000	1.753217

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
OMENATAS)	0.000000	-0.600000
RYPALETA)	0.000000	-0.500000
MALLASTA)	0.000000	-0.500000
SOKERITA)	0.000000	-0.800000
VIINITAS)	0.000000	-2.171212
RANKKITA)	0.000000	-0.580000
VIINISUM)	0.000000	1.611212
TISLETAS)	0.000000	-20.734848
SPRIITAS)	0.000000	-27.500000
TISL1SUM)	0.000000	0.878788
TISL2SUM)	0.000000	0.000000
TIS2KAYN)	0.000000	1.464646
VAHVISUM)	0.000000	1.753217
VAHVISOK)	0.000000	-0.800000
VAVIALKO)	0.000000	-32.503574
VODKASUM)	0.000000	-11.000000
OMENARAJ)	0.000000	-0.150000
RYPALERA)	80.000000	0.000000
RANKKIRA)	1.476301	0.000000
TISL1RAJ)	0.000000	0.878788
VAVIALAR)	200.000000	0.000000
VAVIYLAR)	0.000000	0.206645
VODKAALA)	50.000000	0.000000
VODKAYLA)	0.000000	1.500000
MIETOALA)	0.000000	-0.171212
MIETOYLA)	150.000000	0.000000
SPRIIALA)	18.498835	0.000000
SPRIIYLA)	11.501165	0.000000

OPERAATIOANALYYSI ORMS, 1020

Tentti 15.3.2008

1. a) $\max z = 8x_1 + 5x_2$

$$\begin{cases} x_1 & \leq 150 \\ x_2 & \leq 250 \\ 2x_1 + x_2 & \leq 500 \end{cases}$$

Tämä suoraan
lähtöratkaisun
taulukosta

$$x_1, x_2 \geq 0$$

b) $\begin{cases} x_1 = 125 \\ x_2 = 250 \end{cases}$

$$z_{\max} = 2250$$

Ratkaisu on yksikäsitteinen, sillä ei-kantamuuttujia (s_2, s_3) vastaavien duaalimuuttujien arvot (0- eli z-rivillä) ovat > 0 , ts. siirtyminen mihin tahansa viereiseen kantaratkaisuun huonontaisi tulosta $z = 2250$

c) $x_1 = 125 < 150$

$$s_1 = 25 > 0$$

$$y_1 = 0 \quad (\text{rajoitteen 1 varjohinta} = 0)$$

\Rightarrow 1. rajoite ei kriittinen

$$x_2 = 250$$

$$s_2 = 0$$

$$y_2 = 1 > 0 \quad (\text{rajoitteen 2 varjohinta} > 0)$$

\Rightarrow 2. rajoite on kriittinen

$$2x_1 + x_2 = 500$$

$$s_3 = 0$$

$$y_3 = 4 > 0$$

rajoite 3 kriittinen

2. a)

Ostetaan

- omenoita 300 kg
- rypäleitä 320 kg
- maltoita 1198.5 kg
- sokeria 357 kg

Omenoita hankitaan vähimmäismäärä 300kg (rajoilleen varjohinta $\neq 0$), kriittinen rajoite

Rypäleitä voitaisiin hankkia enemmänkin (320 kg \rightarrow 400 kg), rajoite ei kriittinen (varjohinta = 0)

Maltoilla ja sokerilla ei rajoitteita, joten eivät kriittisiä

b)

Valmistetaan

- mietoa viiniä 350 kg
- väkevää viiniä 350 kg
- vodkaa 140 kg
- spriiitä 38.5 kg

Mietoa viiniä valmistetaan vähimmäismäärä 350kg, alarajoite kriittinen (varjohinta = 0.17), yläraja 500 kg ei kriittinen (varjohinta = 0)

Väkevän viinin yläraja 350 kg kriittinen (varjohinta = 0.21), alaraja 150 kg ei (varjohinta = 0)

Vodkan yläraja 140 kg kriittinen (varjohinta = 1.50), alaraja 90 kg ei (varjohinta = 0)

Spriiille kumpikaan rajoista (20 kg, 50 kg) ei ole kriittinen (varjohimat = 0)

c) Viinikäymisastian kapasiteetti: 900 kg/v
Tuotetaan

- omenaviiniä 500 kg
- rypälewiiniä 400 kg

tai myös käyttötarkeituksen mukaan

- kolonin 1 syöttöä 1.5 kg
- kolonin 2 syöttöä 216.5 kg
- väkevän viinin ainesta 332 kg
- myytävää mieltä viiniä 350 kg

Astian kapasiteetti täyskäytössä (varjointa = 1.6)

Rankekisammion kapasiteetti: 1200 kg/v
Tuotetaan

- rankkia 1198.5 kg

rankki syötetään tislaukseen kolonissa 1

Sammion kapasiteettia jää käyttämättä 1.5kg
(varjointa = 0)

Kolonin 1 kapasiteetti: 1200 kg/v

Kolonin syötetään

- 1.5 kg (perus)viiniä
- 1198.5 kg rankkia

Kolonin 1 kapasiteetti täyskäytössä (varjo. = 0.88)

Kolonin 2 kapasiteetti: 360 käynnöpu/v
(tarkastettava näin, koska erillinen lämpäisy tislalle ja viinille)

Syötetään

- 95.9 kg tislettä ($\Rightarrow 2.4 \times 95.9 = 230$ pu)
- 216.5 kg viiniä ($\Rightarrow 0.6 \times 216.5 = 130$ pu)

Kolonin 2 kapasiteetti täyskäytössä (varjo. = 1.5)

3. Tuotantokustannukset eri maissa viljalajeittain (€/ha)

	Vehnä	Ohra	Kaura
Angland	121.50 *)	77.90	99.00
Burgland	87.75	93.75	82.50
Churgland	101.25	85.00	132.00

*) 121.50 €/ha = 18 h/ha × 6.75 €/h
vastaavasti muut

Probleema kuljetusprobleemana

		V	O	K	
		$v_1 = 104.25$	$v_2 = 77.90$	$v_3 = 99.00$	
$u_1 = 0$ A		121.50	77.90	99.00	70
		-17.25	60	10	
$u_2 = -16.50$ B		87.75	93.75	82.50	110
		45	-32.35	65	
$u_3 = -3.00$ C		101.25	85.00	132.00	80
		80	-10.10	-36.00	
		125	60	75	260

Tehtävässä kannattaa pohtia alkuratkaisun valintaa. Luoteiskulma tuottaa mahdollisimman huonon lähtöratkaisun ("kuljetukset" eli viljelty sijoittuvat kalleimpiin ruutuihin). Koilliskulma on jo parempi (lähdetään liikkeelle sijoituksesta $(A, K) = 70$ ja edetään analogisesti luoteiskulmalle). Yllä on lähdetty liikkeelle pienimmän kustannuksen solusta $(A, O) = 60 \Rightarrow (A, K) = 10$ (rivin A pienin jäljellä oleva kustannus) $\Rightarrow (B, K) = 65$

(sarakkeen \leftarrow pienin kustannus) $\Rightarrow (B, V) = 45$
 (rivin B pienin jäljellä oleva kustannus) $\Rightarrow (C, V) = 80$
 (ainoa mahdollinen jäljellä oleva valinta)

Ratkaisu osoittautuu heti optimaaliseksi (kaikki
 $c_{ij}^* = u_i + v_j - c_{ij} < 0$ (kantamurtojillehen
 $c_{ij}^* = u_i + v_j - c_{ij} = 0$)

Luoteiskulmamenetelmän mukainen alkuratkaisu johtaa tietysti myös samaan optimiratkaisuun, mutta edellyttää useita iteraatioita. Kailliskulmalla selviää vähemmällä. Mutta tässä oli päättelemällä löydettävissä erittäin hyvä alkuratkaisu (peräti optimaalinen). Järjen käytöllä voi siten vähentää mekaanista rutiniä.

Tehtävän ratkaisu on siis

Angland: 60 milj. ha ohraa ja 10 milj. ha kauraa

Burgland: 45 milj. ha vehnää ja 65 milj. ha kauraa

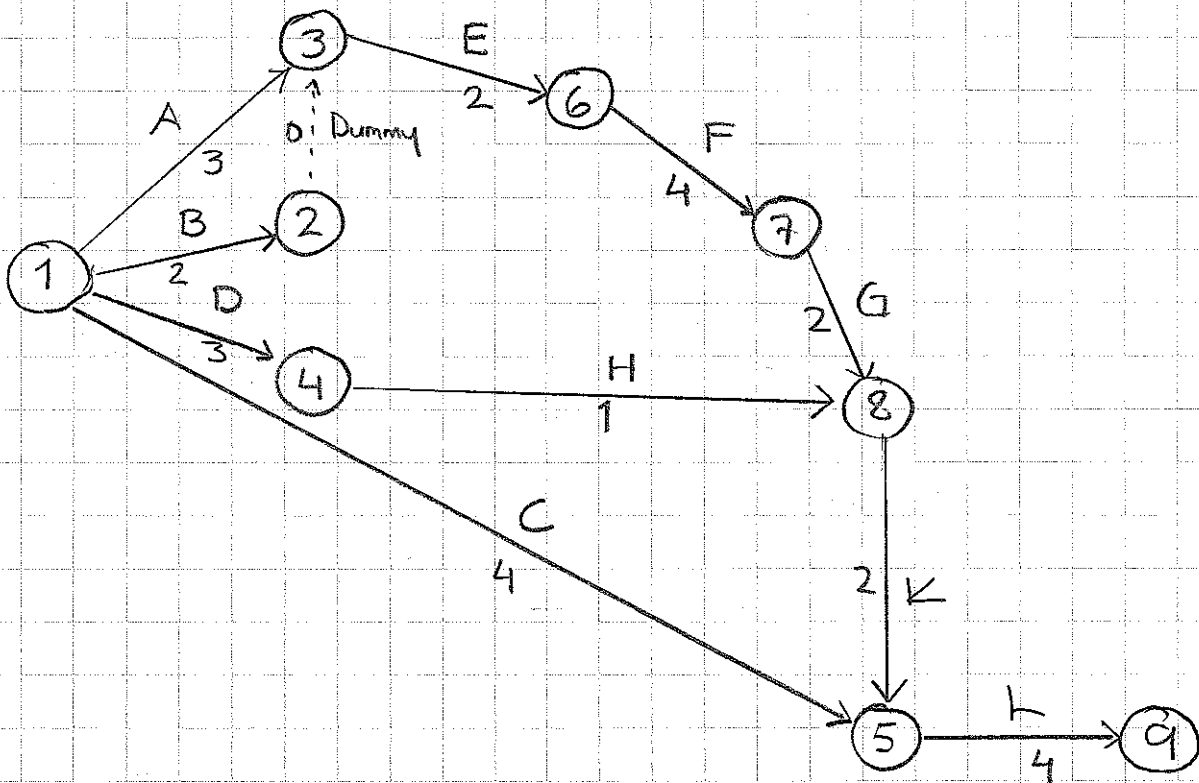
Churgland: 80 milj. ha vehnää

Syntyvät kokonaiskustannukset

$$\begin{aligned} & (60 \times 77.90 + 10 \times 99.00 + 45 \times 87.75 \\ & + 65 \times 82.50 + 80 \times 101.25) \times 10^6 \text{ €} \\ & = 23,075 \times 10^9 \text{ €} \approx 23 \text{ Mrd €} \end{aligned}$$

A.

6.



$$ET(1) = 0$$

$$ET(2) = ET(1) + t_{12} = 0 + 2 = 2$$

$$ET(3) = \max\{ET(1) + t_{13}, ET(2) + t_{23}\} = \max\{0 + 3, 2 + 0\} = 3$$

$$ET(4) = 3$$

$$ET(6) = 3 + 2 = 5$$

$$ET(7) = 5 + 4 = 9$$

$$ET(8) = \max\{9 + 2, 3 + 1\} = 11$$

$$ET(5) = \max\{0 + 4, 11 + 2\} = 13$$

$$ET(9) = 13 + 4 = 17$$

Kirjan valmistuminen vaatii vähintään 17 vko

$$LT(9) = ET(9) = 17$$

$$LT(5) = LT(9) - t_{59} = 17 - 4 = 13$$

$$LT(8) = 13 - 2 = 11$$

$$LT(7) = 11 - 2 = 9$$

$$LT(6) = 9 - 4 = 5$$

$$LT(4) = 11 - 1 = 10$$

$$LT(3) = 5 - 2 = 3$$

$$LT(2) = 3 - 0 = 3$$

$$LT(1) = \min\{3 - 2, 3 - 3, 10 - 3, 13 - 4\} = 9$$

$$S(1,2) = LT(2) - ET(1) - t_{12} = 3 - 0 - 2 = 1$$

$$S(1,3) = 3 - 0 - 3 = 0 \quad \text{kriittinen}$$

$$S(1,4) = 10 - 0 - 3 = 7$$

$$S(1,5) = 13 - 0 - 4 = 9$$

$$S(3,6) = 5 - 3 - 2 = 0 \quad \text{kriittinen}$$

$$S(4,8) = 11 - 3 - 1 = 7$$

$$S(6,7) = 9 - 5 - 4 = 0 \quad \text{kriittinen}$$

$$S(7,8) = 11 - 9 - 2 = 0 \quad \text{kriittinen}$$

$$S(8,5) = 13 - 11 - 2 = 0 \quad \text{kriittinen}$$

$$S(5,9) = 17 - 13 - 4 = 0 \quad \text{kriittinen}$$

Kriittisiä töitä ovat

$$A = (1,3) \quad (\text{kustantaja})$$

$$E = (3,6) \quad (\text{professori})$$

$$F = (6,7) \quad (\text{kustantaja})$$

$$G = (7,8) \quad (\text{professori})$$

$$K = (8,5) \quad (\text{kustantaja})$$

$$L = (5,9) \quad (\text{kustantaja})$$

Professorilla on pelivaraa ainoastaan työn H = (4,8) kohdalla. Viikon kestävä työ voi sijoittua mille tahansa viikoista 4-11 työn alusta lukiin