

**VAASAN YLIOPISTO
TALOUSMATEMATIIKKA**

Päätöksenteko epävarmuuden vallitessa

Professori Ilkka Virtanen & assistentti Saija Miettunen

LASKUHARJOITUKSET VIIKKO 6/2001

1. Eräessä diktatuurimaassa on edelleen käytössä kuolemanrangaistus erityisesti poliittisista "rikkomuksista". Tuomioiden täytäntöönpanossa vallitsee lisäksi melkoinen mielivaltaisuus. Seuraavassa on yksi esimerkki tällaisesta menettelystä.

Kuolemaantuomitulle vangille annetaan mahdollisuus pelastautua. Vangille annetaan kaksi samanlaista suljettavaa ja läpinäkymätöntä laatikkoa sekä 5 mustaa ja 5 valkoista palloa. Vanki saa sijoittaa pallot laatikoihin haluamallaan tavalla kuitenkin siten, että kumpaankin laatikkoon tulee vähintään yksi pallo, ja kaikki 10 palloa on sijoitettava laatikoihin. Tämän jälkeen oikeudenpalvelija valitsee satunnaisesti toisen laatikoista ja nostaa sieltä yhden pallon umpimähkään. Jos pallo on musta, kuolemaantuomio pannaan täytäntöön, jos valkoinen, vanki armahdetaan ja vapautetaan. Miten vangin on edullisinta sijoittaa pallot laatikoihin vapautuakseen? Entä mikä on hänen kannaltaan huonoin vaihtoehto?

2. Vakuutusyhtiön tilaston mukaan erään suurkaupunkialueen autoilijoiden (ajokortin omaavien kuljettajien) onnettomuusriski (autoilijan todennäköisyys joutua onnettomuuteen vuoden pituisena ajanjaksona) riippuu autoilijan iästä ja sukupuolesta seuraavan taulukon mukaisesti:

		Autoilijan ikä	
		18 - 20 v	Yli 20 v
Sukupuoli	Mies	10,00%	1,75%
	Nainen	4,00%	2,50%

Alueen ajokortit jakaantuvat vastaavien henkilöryhmien kesken seuraavasti:

		Autoilijan ikä	
		18 - 20 v	Yli 20 v
Sukupuoli	Mies	8%	45%
	Nainen	7%	40%

- a) Tarkasteltavalla alueella tiedetään olevan 50 000 ajokortin omaavaa asukasta. Kuinka monen näistä voidaan odottaa joutuvan kuljettajan ominaisuudessa auto-onnettomuuteen vuoden pituisena ajanjaksona?
- b) Suuretko ovat onnettomuusriskit alueella ryhmissä "miehet" ja "naiset"? Entä ikäryhmissä "18 - 20 v" ja "yli 20 v"?

- c) Tarkastellaan yksittäistä alueella sattunutta auto-onnettomuutta. Onko kuljettaja todennäköisemmin iältään 18 - 20 v vai yli 20 vuotta? Entä mihin neljästä kuljettajaryhmästä hän todennäköisimmin kuuluu?

3. Väestössä on todettu esiintyvän vaikeasti havaittavaa, myöhemmin vaikea-asteiseksi mahdollisesti kehittyvää sairautta tiheydellä 0.3% väestöstä. Taudin varhaiseksi havaitsemiseksi on kehitetty tutkimuslaitteisto, jolla jo taudin alkuaikana voidaan kohtuullisella luotettavuudella havaita. Seurantatutkimusten perusteella on havaittu, että laitteistolla pystytään toteamaan 99% vielä piilevinä esiintyvistä tautitapauksista. Toisaalta on havaittu, että laitteisto antaa 2%:lle täysin terveitä henkilöitä tuloksen, jonka mukaan heillä saattaisi olla ko. sairaus. Kaikki henkilöt, joille laitteisto indikoi taudin olemassaoloa, kutsutaan jatkotutkimuksiin.

- a) Kuinka suuri osa tutkimuksissa käyneistä saa kutsun jatkotutkimuksiin?
- b) Kuinka suuri osa näistä jatkotutkimuksiin joutuneista on todella kyseisen taudin kantajia?
- c) Kommentoi tuloksia. Ovatko ne odotetun kaltaisia vai yllättäviä? Jos yllättäviä, niin mistähän yllätyksellisyys johtuu?

4. Tuotantoprosessin käynnistyessä koneille asennetaan tietyt säätöarvot. Säätöarvojen osuminen tarkasti kohdalleen onnistuu kokemuksen mukaan 90%:ssa tapauksista. Jos säätöarvot ovat oikeat, koneen tuottamien viallisten tuotteiden määrä on vain 5%. Väärin säädetty kone taas tuottaa 75% viallisia.

- a) Tuotantoprosessin käynnistyttyä tuotannosta otetaan yksi tuoteyksilö laadun testaukseen. Millä todennäköisyydellä tutkittava tuote on viallinen?
- b) Oletetaan, että tutkittu tuote havaittiin vialliseksi. Mikä on todennäköisyys, että viallisuus on väärän säädön aiheuttama? Tulisiko koneen asetukset tarkistaa?
- c) Tutkittu tuote havaittiin siis vialliseksi. Ennen kuin mihinkään säätötoimenpiteisiin ryhdyttiin (jos edellisen kohdan tulos yleensä suositteli tätä), päätettiin ottaa vielä toinenkin näyte tuotannosta. Tämä toinen tutkittu yksilö havaittiin virheettömäksi. Mikä on nyt käsitys koneen säätöarvojen oikeellisuudesta (johtopäätös säätöarvojen oikeellisuudesta oletetaan tehtäväksi tämän yhden, virheettömäksi todetun näytteen perusteella käyttäen a priori todennäköisyytenä b-kohdassa saatua tuoreinta käsitystä säätöarvojen paikallaan olosta)? Miten on nyt asetusten tarkistuksen tarpeellisuuden laita?

5. Tarkastellaan luennoillakin esille tulevaa öljynporausongelmaa. Öljy-yhtiöllä on voimassa-oleva valtaus tiettyyn maa-alueeseen, josta öljy-yhtiö muiden vastaavien alueiden empiiristen historiatietojen perusteella on päätellyt seuraavaa:

Öljyesiintymän luonne	Esiintymän todennäköisyys
Kuiva (1)	0.50
Märkä (2)	0.30
Lähde (3)	0.20

Maaperän luonteesta on mahdollista hankkia lisäinformaatiota seismisellä mittauksella, jonka tulos on joko ei rakennetta (ER), avoin rakenne (AR) tai suljettu rakenne (SR). Mittauksen tulos on todettu suuntaa antavaksi seuraavan empiirisen aineiston mukaisesti:

1. kun mittauksia on sovellettu maaperään, joka myöhemmin porattaessa on osoittautunut kuivaksi, seismisen mittauksen tulokset ovat jakaantuneet ei rakenteeseen, avoimeen rakenteeseen ja suljettuun rakenteeseen suhteessa 6:3:1
2. määrän esiintymän tapauksessa mittauksen tulokset ER, AR ja SR ovat suhtautuneet 3:4:3
3. lähteen tapauksessa em. tulokset ovat esiintyneet suhteessa 1:4:5

Seismisen mittauksen käyttöä harkittaessa oletetaan, että todennäköisyysarviot voidaan perustaa näihin historiatietoihin.

- a) Jos seismistä mittauksia päätetään käyttää, niin mitkä ovat todennäköisyydet eri tulosmahdollisuuksille ER, AR, SR mittauksessa?
- b) Kuinka monessa prosentissa tapauksista seisminen mittaus antaa "oikean kuvan" esiintymän luonteesta (oikealla kuvalla tarkoitetaan tässä sitä, että kuivassa tapauksessa saadaan tulos ER, määrässä AR ja lähteen tapauksessa SR)?
- c) Oletetaan, että seismisen mittauksen tulokseksi saadaan suljettu rakenne SR. Mitkä ovat todennäköisyydet tapahtumille, että todellinen maailmantila (porauksessa selviävä esiintymän luonne) on kuiva, märkä, lähde? Vertaa tätä maailmantilan ex post todennäköisyysjakamaa ex ante jakaumaan, so. jakaumaan ennen seismistä mittauksia. Miten tulos SR on muuttanut käsitystä öljyesiintymän luonteesta?

LASKUHARJOITUKSET VIIKKO 7/2001

6. Tarkastellaan yhtä luentojen perusesimerkeistä, Raiffan pallouurnia käsittelevä laboratorio-ongelmaa. Poimitaan tehtävään liittyvästä päätöspuusta esiin se päähaara, joka kuvaa monimutkaisinta lisäinformaation hankintavaihtoehtoa, koejärjestelyä e_s . Tarkastelujen ulkopuolelle siis jätetään koejärjestelyt e_0 , e_1 ja e_2 . Osoita, että toisen pallon nostamiseen (kun ensimmäinen pallo on ollut punainen eli R) liittyvät todennäköisyydet ovat puussa ilmoitetun mukaiset: punaiselle pallolle (R) 0.58 ja mustalle pallolle (B) 0.42, kun toisen pallon nosto suoritetaan "palauttamalla" (ensiksi nostettu punainen pallo on ennen toisen pallon nostamista palautettu uurnaan), sekä punaiselle pallolle (R) 8/15 ja mustalle pallolle (B) 7/15, kun toisen pallon nosto suoritetaan "palauttamatta" (toinen pallo nostetaan jo nostetun punaisen pallon pariin uurnassa jäljellä olevista yhdeksästä pallosta).

7. Henkilöt A, B ja C ovat ajautuneet niin vaikeisiin ristiriitatilanteisiin keskenään, että ovat päättäneet ratkaista kiistansa pistoolein kolmintaistelulla. Kolmintaistelu on muunnos klassisesta kaksintaistelusta. Henkilöt asettuvat piiriin yhtä etäälle toisistaan ("tasasivuisen kolmion kärkipisteisiin"). Osapuolten osumistarkkuudet ovat kaikkien tiedossa: A osuu kohteeseensa keskimäärin yhdellä laukauksella kolmesta, B kahdella laukauksella kolmesta ja C aina. Koska tasoerot ovat näin suuret, on yhteisesti sovittu, että A saa aloittaa ampumalla yhden laukauksen valitsemaansa kohteeseen. Seuraavaksi laukaisee B (mikäli on vielä hengissä) ja sitten C (ellei ole tullut jo ammutuksi). Näin jatketaan edelleenkin: vuoro tulee uudelleen ensiksi A:lle, sitten B:lle jne. Laukauksia jatketaan niin kauan, kunnes vain yksi osapuolista on hengissä.

- a) Mikä on paras strategia A:lle hänen aloittaessaan kolmintaistelun? Kannattaako hänen
- tähdätä B:tä,
 - tähdätä C:tä vai
 - ampua ilmaan (so. tahallaan ohi)?

Entä mikä on A:n toimintastrategia mahdollisilla uusintakierroksilla?

- b) Mikä on paras toimintastrategia B:lle ja C:lle, jos/kun heidän vuoronsa tulee?

- c) Suuretko ovat A:n, B:n ja C:n henkiinjäämistodennäköisyydet, kun kukin heistä noudattaa omaa optimaalista toimintastrategiaansa.

8. Kultaseppä aikoo ostaa 20 000 markalla joko yhden suuren jalokiven tai kaksi 10 000 markan arvoista pienempää kiveä ja hiottaa ostoksensa sitten uudestaan. Uudelleenhiointa maksaa tuloksesta riippumatta suuren kiven osalta 2 000 mk ja pienempien 1 500 mk/kivi sekä nostaa hionnan kestävän kiven arvoa 30 %. Todennäköisyys, että hiottava kivi tuhoutuu arvottomaksi piilevän sisäisen vian vuoksi, on suurta kiveä käsiteltäessä 0.10 ja pienempää käsiteltäessä 0.08. Kannattaako kultaseppän ostaa yksi suuri jalokivi vai kaksi pienempää? Tässä kannattavuuden mittana pidetään hionnan jälkeisen varallisuuden odotusarvoa. Suuriko on hiontatilanteeseen liittyvän epävarmuuden hinta kultaseppälle?

9. Öljy-yhtiössä pohditaan, pitäisikö yhtiön hallussa oleva valtaus myydä heti (a_1), pitää vielä vuosi ja myydä sitten (a_2) vai porata itse heti (a_3). Valtauksen myymisestä saisi nyt USD 12.5 milj. Vuoden kuluttua valtauksesta saisi arvioiden mukaan USD 44.0 milj., mikäli öljyn hinta tällä välillä nousisi "merkittävästi" (merkittävän nousun todennäköisyys on 0.10), muussa tapauksessa USD 11.0 milj. Jos taas päätetään porata heti, ovat porauskustannukset USD 20 milj. ja saatavien öljyn nettotuottojen (porauskustannukset pois lukien) nykyarvot valtauksen (ennen porauksen suorittamista tuntemattomasta) laadusta riippuen:

Valtauksen laatu	Todennäköisyys	Tuotto (milj. USD)
Kuiva	0.50	0
Lähteinen	0.40	40
Öljylähde	0.10	150

Tuottojen nykyarvon laskennassa on käytetty (ja käytetään) laskentakorkokantana 10% p.a. Esitä perusteltu suosituksesi öljy-yhtiön menettelyksi valtauksen suhteen.

LASKUHARJOITUKSET VIIKKO 8/2001

10. Yritys suunnittelee tutkimusohjelmaa uuden tuotteen kehittämiseksi. Tutkimuksen kestoajaksi arvioidaan 12 kk ja kustannuksiksi 1 Mmk. Ohjelman onnistumisen mahdollisuudeksi arvioidaan 4 : 1. Onnistunut tutkimusohjelma on luonnollisesti perusedellytys markkinoiden avautumiselle. Kilpailijat ovat kuitenkin myös liikkeellä, minkä johdosta tuotteen markkinoinnin onnistuminen vasta lopullisesti ratkaisee saavutettavan markkinaosuuden ja myynnin arvon. Laskelmissa päädyttiin seuraaviin arvioihin:

Markkinointi onnistuu	Markkinaosuus	Todennäköisyys	Myynnin nykyarvo
Hyvin	Suuri	0.1	52 Mmk
Kohtalaisesti	Keskinkertainen	0.6	26 Mmk
Heikosti	Pieni	0.3	10 Mmk

Myynnin nykyarvo ei sisällä edeltävän tutkimusohjelman eikä **tuotteen markkinoille laskun** (400 000 mk) kustannuksia.

Yrityksellä on myös vaihtoehtoinen tapa edetä hankkeessa. Tehdäänkin 8 kk kestävä esitutkimus, joka maksaa 600 000 mk ja jolla jo selvää, pystytäänkö ko. tuote kehittämään. Myönteisessä tapauksessa voidaan esitutkimusta jatkaa tehostetulla 4 kk:n mittaisella kehitysohjelmalla, jonka kustannukset ovat 800 000 mk. Tuotteen markkinointiominaisuudet ja muut kustannukset ovat kuten edellisessä vaihtoehdossa.

Vielä on mahdollista, että noudatetaan matkimisstrategiaa. Odotetaan jonkun kilpailijoista kehittävän tuotteen (tällainen mahdollisuus arvioidaan 70%:n suuruiseksi) ja imitoidaan sitä. Kehitysohjelma maksaisi tällöin vain 400 000 mk (ja olisi aina tuloksekas) ja markkinoille tunkeutuminen 200 000 mk, mutta vastaavasti myynnin nykyarvot olisivat vain 50% muiden vaihtoehtojen arvoista.

- Kuvaa päätöstilanne päätöspuuna. Liitä sattumasolmuihin tapahtumien todennäköisyydet sekä päätös- ja sattumasolmuihin niihin liittyvät markkamääräiset seuraamukset.
- Ratkaise päätöspuu lopusta alkuun -tekniikalla. Käytä puun latvahaarojen kriteeritavoitteena nettomääräisiä tuottoarvoja (myynnin nykyarvo miinus tutkimus- ym. kustannukset). Päätöksentekijän oletetaan olevan odotusarvoilija.
- Esitä optimistiarategia verbaalisti (miten päätöksentekijän tulee missäkin vaiheessa menettellä saavuttaakseen mahdollisimman hyvän tuloksen).

11. Tarkastellaan luento-esimerkinä ollutta "Markkinapäätös epävarmuuden vallitessa" päätösongelmaa. Osoittautui, että päätöstilanteen epävarmuuteen liittyen sen täydellisen informaation arvo $EVPI = 22\,000$ mk/v. Suuriko osa tästä arvosta voidaan hyödyntää sellaisella etukäteen suoritettavalla markkinatutkimuksella, joka 80%:n todennäköisyydellä ennakoii oikein saavutettavan markkinaosuuden tason (erehtymiset osuvat keskenään yhtä todennäköisesti kahden muun markkinaosuusvaihtoehdon osalle)? Miten markkinatutkimuksen tulos ohjaa päätöksentekoa perusvaihtoon verrattuna (toiminta järjestetään agentuuriliikkeen avulla)?

12. Päätöksentekijän suhtautumista riskiin tutkittiin esittämällä hänelle sarja perättäisiä "fifty-fifty"-arpajaisia, joiden riskitön vaihtoarvo (RVA) hänen tuli määrittää. Kussakin arpajaisessa oli kaksi tulos- tai palkintomahdollisuutta x_1 ja x_2 , joiden kummankin esiintymistodennäköisyys oli 0.5. Kokeen tuloksista laadittiin seuraava taulukko:

x_1	x_2	RVA
-10 000	20 000	5 000
-10 000	5 000	- 6 500
-10 000	- 6 500	- 9 000
-6 500	5 000	- 2 500
5 000	20 000	11 500
5 000	11 500	9 500
11 500	20 000	14 000

- a) Hahmottele taulukon perusteella päätöksentekijän riskisuhtautumista kuvaava ja mittaava – indifferenssifunktio välille [- 10 000, 20 000].
- b) Minkä arvoiseksi kyseinen päätöksentekijä arvioi satunnaishyödykkeen, jonka realisointi todennäköisyydellä 0.3 johtaa 5 000 rahayksikön menetykseen ja todennäköisyydellä 0.7 antaa 7 000 rahayksikön positiivisen tuloksen. Vertaa tulosta odotusarvoilijan arvonmäärittämiseen. Suuriko on päätöksentekijän vaatima hinta (tai hänen valmiutensa maksuhyvitykseen) satunnaishyödykkeeseen liittyvästä riskistä?

LASKUHARJOITUKSET VIIKKO 9/2001

13. Tarkastellaan luennoilla esillä ollutta öljynporausongelmaa (Raiffa: Decision Analysis, Chapter 2, 9. Project, p. 34-36). Luennoilla ongelma ratkaistiin odotusarvoilijan tapauksessa. Oletetaan nyt, että päätöksentekijä onkin riskinkarttaja. Hänen suhtautumisestaan riskiin on käytettävissä seuraavat tiedot (Raiffa, Chapter 4, 15. Project, p. 100-101):

- Päätöksentekijän tämän hetken likvidi varallisuus on \$100 000. Se on samalla maksimitappio, jonka hän on valmis sietämään. Hän on myös riskin karttaja.
- Päätöksentekijä hyväksyy vedon tai arpajaiset, joissa hänellä on 50-50 mahdollisuus joko voittaa \$300 000 tai menettää koko likvidin varallisuutensa \$100 000.
- Vedosta, jossa päätöksentekijällä on niinikään 50-50 mahdollisuus joko voittaa \$300 000 tai jäädä omilleen, hän on valmis maksamaan \$100 000.
- Tilanteessa, jossa päätöksentekijällä on 50-50 mahdollisuus joko jäädä omilleen tai menettää koko likvidin omaisuutensa \$100 000, hän on valmis ottamaan \$60 000 suuruisen vakuutuksen päästäkseen eroon tästä uhkatilanteesta.

- a) Hahmottele yllä olevien tietojen perusteella päätöksentekijän rahan hyötyfunktio (-indifferenssifunktio).
- b) Ratkaise öljynporausongelma tämän riskiä karttavan päätöksentekijän tapauksessa. Mikä on koko operaation arvo päätöksentekijälle? Vertaa tulosta odotusarvoilijan tilanteeseen (sekä optimistrategiaa että sen tuottamaa tulosta).
- c) Suuretko ovat EVSI ja EVPI nyt kuvatussa tilanteessa? Vertaa odotusarvoilijan tapaukseen.

14. Päätöksentekijän hyötyfunktion on estimoitu noudattavan eksponentiaalista lakia

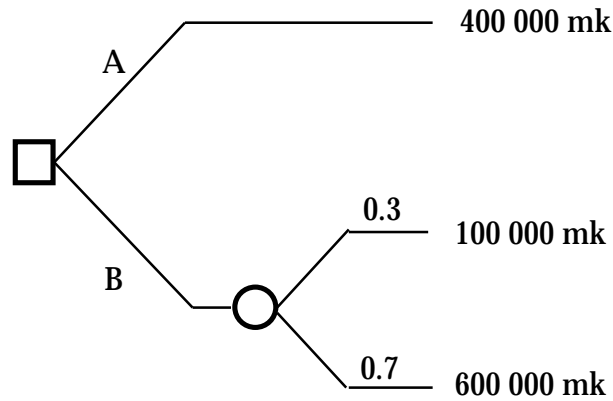
$$v(x) = 1 - e^{-0.0001(x + 5000)}.$$

Päätöksentekijän on määritettävä riskitön vaihtoarvo satunnaishyödykkeelle, jonka tulema-
vaihtoehdot ja niiden todennäköisyydet tunnetaan seuraavasti:

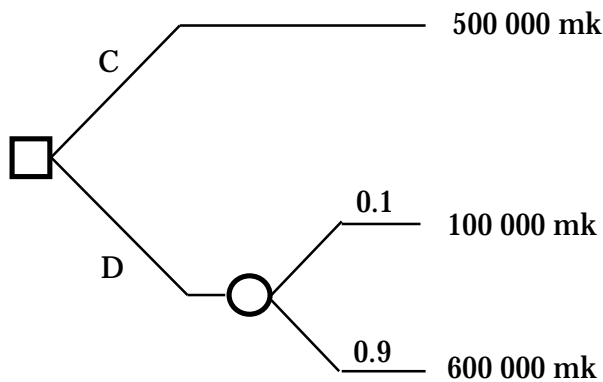
Maailmantila	Tulos	Todennäköisyys
1	-2 000	0.3
2	2 000	0.5
3	10 000	0.2

- a) Suuriko on päätöksentekijän RVA ko. hyödykkeelle?
b) Suuriko on satunnaishyödykkeeseen sisältyvästä riskistä aiheutuva päätöksentekijän riski-
premio?

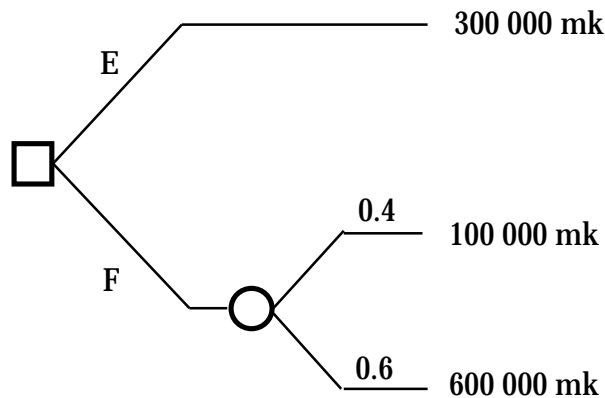
15. Tietyn päätöksentekijän suhtautumista riskiin tutkittiin muutamalla empiirisellä kokeella.
Valintatilanteessa I



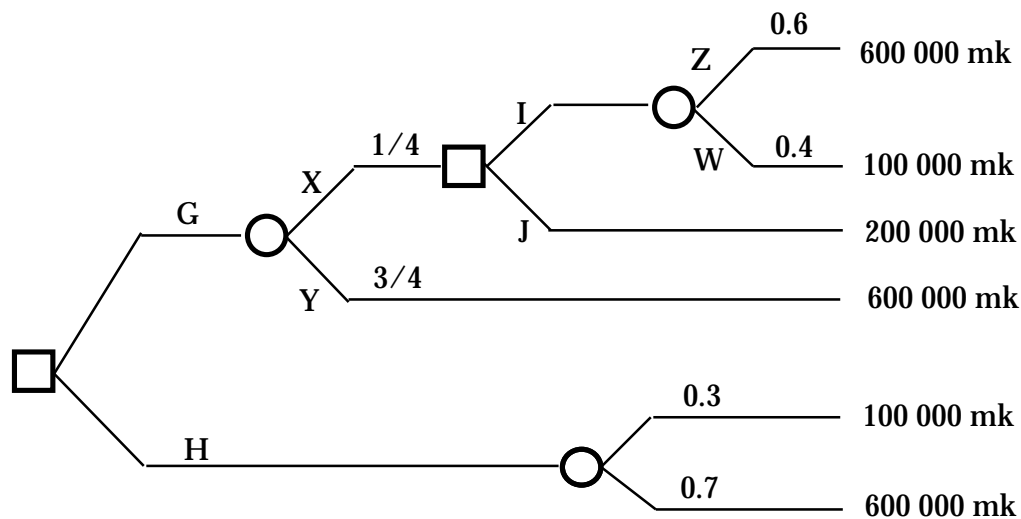
päätöksentekijän todettiin olevan indifferentti varman vaihtoehdon A ja epävarmuutta sisältä-
vän vaihtoehdon B välillä. Valintatilanteessa II



päätöksentekijä taas oli indifferentti vaihtoehtojen C ja D kesken. Kolmannessa valintatilanteessa (ks. seuraava sivu) päätöksentekijä oli puolestaan indifferentti vaihtoehtojen E ja F välillä.



Käyttäen yllä olevaa informaatiota (**ja vain sitä**) päätöksentekijän suhtautumisesta riskiin ratkaise seuraava päätöspuuna esitetty päätösongelma. Mikä on päätöksentekijän optimistrategia ja tähän strategiaan liittyvä riskitön vaihtoarvo? Huomaa nyt erityisesti, että päätöksentekijä **ei ole odotusarvoilija**.



LASKUHARJOITUKSET VIIKKO 10/2001

16. Tarkastellaan luennoilla esillä ollutta "Markkinointipäätös epävarmuuden vallitessa" -ongelmaa. Ratkaistaan päätösongelma strategiamatriisi -tekniikalla. Oletetaan, että tarjotun markkinatutkimuksen (60%:n osumatarkkuusa) hinta on 5 000 mk.

- a) Mitkä ovat ongelman maailmantilat (3 kpl)?
- b) Mitkä ovat ongelman kaikki strategiat ($1 + 3 + 3 \cdot 3 = 31$ kpl)? Ennen jatkoanalyysia poista strategialuettelosta epärationaaliselta tuntuvat strategiat (esim. strategian mukaan tehdään markkinointitutkimus, mutta sen tulosta ei käytetä hyödyksi; strategian toimintavaihtoehdot ovat intuitiivisesti ristiriidassa markkinatutkimuksen tuloksen kanssa).
- c) Jäljelle jääneille strategioille ($1 + 3 + 7 = 11$ kpl) määritä niiden ehdolliset arvot eri maailmantiloja vastaavasti (odotusarvoilijalle).
- d) Poista dominoidut strategiat, jolloin strategiamatriisiin jäävät jäljelle vain ongelman Pareto-optimaaliset strategiat.
- e) Mikä on ongelman optimistrategia odotusarvokriteerin mukaan määritettynä? Vertaa tulosta päätöspuuanalyysin tuottamaan tulokseen.

17. Kolmen suomalaisen lääketieteen tutkijan on onnistunut kehittää lääkeaine, jonka odotetaan parantavan tyypillisen aamupäänsäryn. Varmuutta lääkkeen tehosta ei vielä kuitenkaan ole saatu. Jos lääke osoittautuu tehokkaaksi, siitä saatavan voiton odotusarvoksi on arvioitu 40 milj. mk, kun taas tehoton lääke markkinoille laskettuna aiheuttaisi 10 milj. mk tappiota.

Tutkijoilla on käytössään testausmenetelmä, jolla lääkkeen tehokkuutta voidaan etukäteen arvioida. Testausmenetelmä ei ole kuitenkaan tuloksiltaan vedenpitävä. Se antaa 30 tapauksessa sadasta positiivisen tuloksen, vaikka lääkeaine todellisuudessa osoittautuisikin tehottomaksi. Vastaavasti testi luokittelee tehokkaan lääkkeen tehottomaksi 40 tapauksessa sadasta. Toteutettavan testiohjelman kustannukset ovat 6 milj. mk.

Maailmantilavaihtoehtoja on nyt selvästikin kaksi: lääke tehokas, lääke tehoton. Tutkijoiden toimintastrategioita on ilmeisesti kuusi (kaksi tapaa edetä markkinoinnissa ilman testausmenetelmän käyttöä ja neljä eri tapaa edetä suoritetun testin tulokseen perustuen). Tehtävänä on siis selvittää, kannattaako markkinointi aloittaa ja tuleeko markkinointi (tai markkinoinnista luopumis päätös) perustaa edeltävään testausmenettelyyn vai ei.

Ratkaise päätösongelma strategiamatriisiteknikalla. Esitä ratkaisussasi seuraavat kohdat:

- laadi strategialuettelo
- määritä kunkin strategian ehdolliset arvot kummallakin eri maailmantilavaihtoehdolla (= strategiamatriisin laadinta)
- poista strategialuettelosta dominoidut strategiat
- määritä tehokkaat l. Pareto-optimaaliset strategiat
- määritä odotusarvokriteerin mukainen optimistrategia; a priori -todennäköisyys sille, että kehitetty lääke on tehokas, on 0.40.

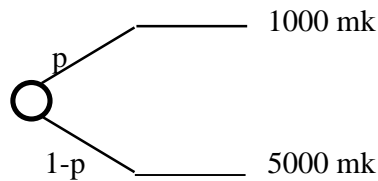
LASKUHARJOITUKSET VIIKKO 11/2001

18. Päätöksentekijän hyötyfunktio noudattaa ns. negatiivista eksponenttilakia:

$$u(x) = 1 - e^{-0.001 x}.$$

- a) Tutki päätöksentekijän suhtautumista riskiin funktion $u(x)$ ominaisuuksien perusteella.
- a) Funktio $u(x)$ ei ole "raiffalainen" -indifferenssifunktio. Miksi ei? Sen sijaan katkaistu $u(x)$, merk. $\hat{u}(x)$,

- c) $\hat{u}(x) = 1 - e^{-0.001x}$, kun $0 \leq x \leq 10\,000$
 d) voidaan tulkita -indifferenssifunktion varsin hyväksi approksimaatioksi. Osoita tämä.
 e) Missä rajoissa p voi vaihdella, jotta yllä esitetyn riskikäyttäytymisen omaava päätöksentekijä preferoisi satunnaishyödykettä



ennen varmuudella saamaansa 2000 mk:n palkintoa?

19. Sijoittaja haluaa investoida 1 milj. mk vuodeksi. Sijoitusvaihtoehdot ovat

- a_1 : pankkitalletus kiinteällä korolla (6%)
 a_2 : tarjotun maa-alueen osto.

Maan arvo vuoden kuluttua riippuu siitä, tuleeko suunniteltu tie läheltä maa-alueelta. Tien linjaus ratkaistaan lopullisesti vuoden kuluessa. Päätösongelman maailmantilat ovat siten

- ω_1 : tietä ei tule
 ω_2 : tie tulee.

Arvioidut tuotot sijoitusmuodon ja maailmantilan funktiona ovat seuraavat (verotuksen vaikutus jätetään tarkasteluissa huomiotta):

$$\begin{aligned} V(a_1 | \omega_1) &= 6\% \times 1 \text{ milj. mk} = 60\,000 \text{ mk} \\ V(a_1 | \omega_2) &= 6\% \times 1 \text{ milj. mk} = 60\,000 \text{ mk} \\ V(a_2 | \omega_1) &= -5\% \times 1 \text{ milj. mk} = -50\,000 \text{ mk} \\ V(a_2 | \omega_2) &= 20\% \times 1 \text{ milj. mk} = 200\,000 \text{ mk} \end{aligned}$$

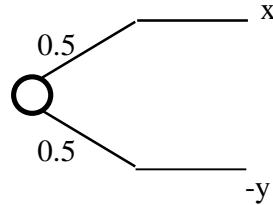
- a) Ratkaise sijoittajan päätösongelma strategiamatriisitekniikkaa ja odotusarvokriteeriä hyväksi käyttäen; esitä ratkaisun riippuvuus (tuntemattomasta) tien tulemisen todennäköisyydestä.
 b) Suuriko on tähän ongelmaan liittyvä täydellisen informaation arvo (EVPI), jos

- $P(\omega_2) = 0$
- $P(\omega_2) = 0.4$
- $P(\omega_2) = 0.8$?

20. Tarkastellaan tehtävän 18 päätöksentekijää, ts. päätöksentekijää, jonka hyötyfunktio on

$$u(x) = 1 - e^{-0.001 x}.$$

Tarkastellaan päätöksentekijän suhtautumista satunnaishyödykkeeseen



Määritä funktio $y = g(x)$, joka ilmoittaa, mitkä satunnaishyödykkeet päätöksentekijä on valmis hyväksymään [$y \leq g(x)$] ja mitkä hän hylkää [$y > g(x)$] oman riskikäyttätymisensä perusteella.

LASKUHARJOITUKSET VIIKKO 12/2001

21. Kahden eri päätöksentekijän hyötyfunktioiden oletetaan noudattavan ns. negatiivista eksponenttilakia:

$$u_i(x) = 1 - e^{-x/c_i}, \quad i = 1, 2$$

siten, että $c_1 = 500$ ja $c_2 = 1000$.

- a) Totea, että kumpikaan päätöksentekijöistä ei yksinään ole valmis osallistumaan projektiin, joka onnistuessaan (todennäköisyys onnistumiselle on $= 0.5$) tuottaa 1000 rahayksikköä ja epäonnistuessaan aiheuttaa päätöksentekijälle 600 rahayksikön menetyksen. Ohje: tarkastelu tehtävän 20 funktion $y = g(x)$ avulla.
- b) Voidaan osoittaa, että eksponentiaalisen hyötyfunktion tapauksessa projektin optimaalinen jako päätöksentekijöiden kesken tapahtuu c_i -lukujen suhteessa (ilman erillistä siirtomaksua). Osoita tämän perusteella, että yllä mainittua projektia ei ole myöskään mahdollista jakaa päätöksentekijöiden kesken molempien hyväksymällä tavalla. Suuriko tappio voisi enintään olla, jotta projekti tulisi yhteisesti hyväksytyksi (tuotto edelleen 1000 rahayksikköä)? Mitkä ovat päätöksentekijöiden osuudet tuotosta/tappiosta tällöin?

22. Edelliseen tehtävään liittyen: voidaan osoittaa (ei tarvitse osoittaa tässä), että päätöksentekijöiden muodostaman ryhmän **yhteinen** hyötyfunktio noudattaa niinikään samaa negatiivista eksponenttilakia parametrin arvolla $c^* = c_1 + c_2$. Määritä tämän perusteella edellisen tehtävän päätöksentekijöiden muodostamalle ryhmälle "tappionsietofunktio" $y = g(x)$ ja totea sen avulla ryhmän em. projektin tuotto-odotukseen 1000 liittyvä tappionsietokyky.

23. Oletetaan, että päätöksentekijöiden lukumäärä on suuri ja että kaikkien heidän hyötyfunktionsa on tehtävässä 21 esitetyn mukainen. Käyttäen hyväksi tehtävässä 22 annettua tietoa koko ryhmän yhteisen hyötyfunktion (ja siitä johdettavan tappionsietofunktion) määräytymi-

sestä osoita, että ryhmän koon kasvaessa ryhmän suhtautuminen riskiin lähestyy odotusarvoilijan käyttäytymistä. Ohje: odotusarvoilijan tappionsietofunktio on muotoa $y = g(x) = x$. Osoita, että ryhmän tappionsietofunktio lähenee tätä, kun ryhmän koko kasvaa, ts. kun tehtävässä 22 mainittu c^* on suuri. Tulos perustuu tunnettuihin likiarvokaavoihin (voimassa pienillä x :n arvoilla): $e^x \approx 1 + x$ ja $\ln(1 + x) \approx x$.

24. Osoita, että seuraavilla kahdella matriisipelillä on satulapisteet:

		P_2			
		8	6	2	8
P_1		8	9	4	5
		7	5	3	5

		P_2			
		4	-4	-5	6
P_1		-3	-4	-9	-2
		6	7	-8	-9
		7	3	-9	5

Mitkä ovat pelaajien optimistrategiat ja mitkä ovat pelien arvot?

25. Millä p :n ja q :n arvoilla seuraavilla peleillä on satulapiste kohdassa $i=2, j=2$, ts. satulapisteet ovat $a_{22} = 5$ ja $a_{22} = 7$?

		P_2		
		1	q	6
P_1		p	5	10
		6	2	3

		P_2		
		2	4	5
P_1		10	7	q
		4	p	6

26. Seuraavilla peleillä ei ole satulapistettä. Missä rajoissa niiden arvojen voidaan kuitenkin päätellä olevan (ohje: haarukan muodostavat maxmin ja minmax -arvot)?

		P_2			
		1	9	6	0
P_1		2	3	8	4
		-5	-2	10	-3
		7	4	-2	-5

		P_2			
		3	7	-1	3
P_1		4	8	0	-6
		6	-9	-2	4