Janne Koljonen
Vaasa yliopisto
3.2.2012
AUTO1030 Signaalien käsittely
Harjoitus 2, tehtävä 3

Kompleksiarvoinen funktio.

Olkoon $f(\mathbf{z}) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mathbf{z}}$, jossa $\mathbf{z} = t + t\mathrm{i}$ eli funktio lasketaan kompleksitason pisteissä, joissa Re(**z**) = Im(**z**).

Sijoittamalla saadaan:

$$f(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(t+t\mathrm{i})} = \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}t+t\mathrm{ii})} = \mathrm{e}^{-(\mathrm{i}t+t(-1))} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}t+t} = \mathrm{e}^{t}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}t}.$$

Funktion $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}t}$ itseisarvo on aina 1 eli se kuvautuu kompleksitason yksikköympyrälle. Kun $t = 0$, $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}0} = 1$. Muuttujan t kasvaessa piste lähtee kiertämään yksikköympyrää pitkin myötäpäivään (– -merkki!). Nyt funktio $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}t}$ skaalataan reaaliarvoisella eksponenttifunktiolla e^{t}. Skaalauksen seurauksena funktion f piste ei olekaan yksikköympyrällä vaan sen etäisyys origosta kasvaa eksponentiaalisesti t:n kasvaessa. Tuloksena on siis jonkinlainen spiraali.

Piirretään funktio Matlabilla:

```
>> f=[];
>> for t=-2*pi():pi()/32:2*pi()
f=[f; exp(t)*exp(i*t)];
end
>> figure
>> plot(f,'k.')
>> xlabel('Im(z)')
>> ylabel('Re(z)')
>> g=get(gca);
>> set(gca, 'Fontsize', 24)
>> g=get(gca);
>> set(g.XLabel,'FontSize', 24)
>> set(g.YLabel,'FontSize', 24)
```