

## Algebra I (2009)

Harjoitus 1/viikko 45

- (1) (a) Esitä luku 2009 5-järjestelmän lukuna.  
(b) Esitä binääriluku 110010011 7-järjestelmän lukuna.  
(c) Esitä binääriluku 101010101010101010101011 32-järjestelmän lukuna.
- (2) (a) Etsi  $\text{sy}(48, 72)$  etsimällä kaikki lukujen 48 ja 72 positiiviset tekijät.  
(b) Laske  $\text{sy}(294352403, 22254869)$  Eukleideen algoritmilla.
- (3) Laske  $\text{sy}(43, 56)$  Eukleideen algoritmilla, ja esitä se muodossa  $43x + 56y$ .
- (4) Olkoot  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $ab \neq 0$ .  
(a) Olkoon  $d = \text{sy}(a, b)$  ja  $a = da'$  ja  $b = db'$ . Osoita että  $\text{sy}(a', b') = 1$ .  
(b) Olkoon  $\text{sy}(u, v) = 1$ , ja oletetaan että  $u \mid a$  ja  $v \mid a$ . Osoita, että  $uv \mid a$ .
- (5) Olkoon  $\text{sy}(u, v) = 1$ . Osoita, että  $\text{sy}(u + v, u - v) = 1$  tai  $= 2$ .
- (6) Olkoon  $n$  pariton. Osoita, että  $8 \mid (n^2 - 1)$ .
- (7) Osoita, että  $30 \mid (n^5 - n)$  kaikilla  $n \in \mathbb{Z}$ .