

Diskreetti matematiikka (2010)

Harjoitus 1/viikko 10

- (1) Luettele seuraaviin joukon \mathbb{N} relaatioihin kuuluvat alkioit
- (a) $S = \{(x, y) \mid x + y < 9\}$
 - (b) $R = \{(x, y) \mid x^2 - y^2 = 9\}$
 - (c) $T = \{(x, y) \mid x = y^2\}$
- (2) Olkoon R relaatio joukossa $\{1, 2, 3, 4\}$, joka on määritelty ehdolla uRv joss $u + 2v$ on pariton. Esitä R
- (a) järjestettyjen parien joukkona,
 - (b) suunnattuna graafina.
- (3) Olkoot $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x, y\}$, $C = \{a, b, c\}$, $f = \{(1, x), (2, x), (3, y)\}$ ja $g = \{(x, a), (x, b)\}$. Muodosta relaatiot $g \circ f$ ja $f \circ g$, mikäli mahdollista.
- (4) Olkoot $A = \{0, 2, 4, 6\}$ ja $B = \{1, 3, 5, 7\}$. Mitkä seuraavista relaatioista joukosta A joukkoon B ovat funktioita joukolta A joukkoon B .
- (a) $\{(6, 3), (2, 1), (0, 3), (4, 5)\}$
 - (b) $\{(2, 3), (4, 7), (0, 1), (6, 5)\}$
 - (c) $\{(2, 1), (4, 5), (6, 3)\}$
 - (d) $\{(6, 1), (0, 3), (4, 1), (0, 7), (2, 5)\}$

Mitkä ko. funktioista ovat injektioita, mitkä surjektioita? Entäpä bijektioita? Muodosta käänteisfunktio kaikille niille funktioille, joille se on mahdollista.

- (5) Olkoon $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ ja

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{jos } x \geq 0, \\ -x, & \text{jos } x < 0. \end{cases}$$

Muodosta $f \circ g$, $g \circ f$ ja $g \circ g$, jos mahdollista.

- (6) Olkoon $x \in \mathbb{R}$ ja merkitää symbolilla $\lfloor x \rfloor$ suurinta sellaista kokonaislukua, joka $\leq x$.
- (a) Olkoon $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ja $f : A \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = \lfloor \frac{x^2+1}{3} \rfloor$. Muodosta joukot $f(A)$, $f^{-1}(0)$ ja $f^{-1}(2)$.
 - (b) Onko funktio $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $g(n) = \lfloor n/2 \rfloor$ injektio? Entäpä surjektio?