

Diskreetti matematiikka (2010)

Harjoitus 3/viikko 12

1. Montako reittiä on hiukkasella xy -tason origosta pisteeseen $(7, 4)$, jos se voi liikkua pisteestä (x, y) joko pisteeseen $(x + 1, y)$, $(x, y + 1)$ tai $(x + 1, y + 1)$?
2. Matti heittää arpakuutiota 100 kertaa. Millä todennäköisyydellä hän saa
 - (a) kunkin silmäluvuista 1–6 ainakin kolme kertaa?
 - (b) kunkin silmäluvuista 1–5 ainakin kolme kertaa ja silmäluvun 6 korkeintaan kerran?
3. Merivoimien lippuviestejä varten on 10 erilaista lippua, jotka voidaan nostaa kolmeen eri mastoon. Montako erilaista viestiä on olemassa, kun kaikkia lippuja ei tarvitse käyttää ja
 - (a) jokaisessa mastossa ei tarvitse olla lippua?
 - (b) joka mastoon on nostettava ainakin yksi lippu?
4. Todista: jos tasasivuisen kolmion, jonka sivu on 1, sisäosasta poimitaan umpimähkään viisi pistettä, niin niiden joukossa on pari joiden etäisyys toisistaan on pienempi kuin $1/2$.
5. Olkoon A sellainen joukon \mathbb{Z}_+ osajoukko, jossa on vähintään kuusi alkioita, ja jonka suurin alkio on korkeintaan 10. Osoita, että joukossa A on kaksi alkioita joiden summa on 11.
6. Montako sellaista positiivista kokonaislukua on olemassa, jotka ovat jaollisia kahdella, kolmella tai viidellä, ja jotka ovat pienempiä kuin 1000?
7. Matti heittää arpakuutiota 100 kertaa. Millä todennäköisyydellä hän saa kunkin silmäluvuista 1–6 korkeintaan 30 kertaa?