

Diskreetti matematiikka (2010)

Harjoitus 4/viikko 14

- Olkoon $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ja $B = \{v, w, x, y, z\}$. Montako sellaista funktiota $f : A \rightarrow B$ on olemassa joille pätee
 - $f(A) = \{w, x, y, z\}$
 - $|f(A)| = 4$
 - Olkoot A, B joukkoja joille $|A| = m \geq n = |B|$, ja olkoon k on ehdon $1 \leq k \leq n$ täyttävä kokonaisluku. Montako sellaista funktiota $f : A \rightarrow B$ on olemassa joille pätee $|f(A)| = k$.
- Tarkastellaan lukkoa, jossa on kymmenen näppäintä numeroituna 0–9. Montako viiden eri näppäimen muodostamaa koodia voidaan muodostaa, jos näppäimiä voidaan painaa yhtä aikaa? (Esim. 1,2,3,4,5 ja 1,23,4,5 ovat sallittuja (erilaisia) koodeja, mutta 1,1,2,3,4 ei ole sallittu.)
- Etsi sellainen rekursioyhtälö, jonka toteuttavat
 - $a_n = 1$ ja $a_n = 3^n$,
 - $a_n = 2^n$ ja $a_n = 3 \cdot 2^n + 2 \cdot 3^n$.
- Kuinka monessa n -bittisessä jonossa ei ole kahta peräkkäistä nollaa?
- Paloaseman toisesta kerroksesta on kaksi liikutankoa 1. kerrokseen. Muista kerroksista on 5 tankoa, joista 2 edelliseen ja 3 sitä edelliseen kerrokseen. Kahden kerroksen mittaisista tangoista ei voi hypätä kesken pois. Kuinka monta reittiä on n :nestä kerroksesta 1. kerrokseen?
- Montako taskulaskimen hyväksymää n -pituista aritmeettista lauseketta voidaan muodostaa aakkostosta $\{0, 1, \dots, 9, *, +, /\}$?
- Ratkaise rekursioyhtälö

$$a_n + a_{n-1} - 6a_{n-2} = 2^n - n, \quad a_0 = a_1 = 0.$$