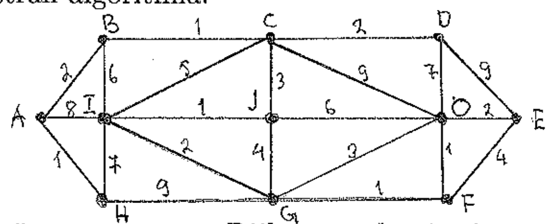
Diskreetti matematiikka (2009)

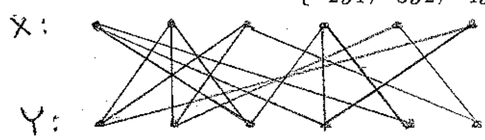
Harjoitus 6/viikko 13

(1) Etsi seuraavassa graafissa lyhin tie pisteestä A pisteeseen O käyttäen (parannettua) Dijkstran algoritmia.

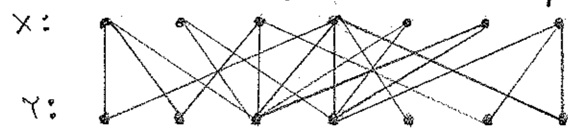


(2) Osoita, että parannetussa Dijkstran algoritmissa tarvittavien vertailujen ja yhteenlaskujen lukumäärä on $\mathcal{O}(n^2)$, kun n on tarkasteltavan graafin pisteiden lukumäärä.

(3) Etsi seuraavalle graafille maksimaalinen sovitus käyttäen unkarilaista algoritmia lähtien sovituksesta $M = \{x_2y_1, x_3y_2, x_4y_3, x_6y_4\}$.



(4) Etsi seuraavalle graafille maksimaalinen sovitus käyttäen unkarilaista algoritmia lähtien sovituksesta $M = \{x_1y_1, x_3y_6, x_4y_3, x_5y_4, x_7y_7\}$.



(5) Alla olevan matriisin kohdassa (i, j) oleva alkio ilmoittaa talojen B_i ja B_j välisen vesijohtotyön hinnan tuhansina euroina. Tässä ∞ merkitsee sitä, ettei ko. talojen välille saada vesijohtoyhteyttä järkevin kustannuksin. Etsi Kruskalin algoritmia käyttäen halvin vesijohtoverkosto, johon jokainen taloista $B_1, \ldots, B_6$ kuuluu, ja ilmoita sen hinta.

$$\begin{pmatrix} 0 & 10 & \infty & 8 & 5 & 2 \\ 10 & 0 & 3 & 4 & \infty & 5 \\ \infty & 3 & 0 & 2 & 4 & \infty \\ 8 & 4 & 2 & 0 & 2 & 5 \\ 5 & \infty & 4 & 2 & 0 & 11 \\ 2 & 5 & \infty & 5 & 11 & 0 \end{pmatrix}$$

(6) Etsi binäärinen Huffmanin koodi, kun $P(a_1) = 0.4$, $P(a_2) = P(a_3) = 0.2$ ja $P(a_4) = P(a_5) = 0.1$.

(7) Kahdeksan kolikkoa näyttää aivan samanlaisilta mutta yksi niistä on eri painoinen kuin muut. Väärä kolikko pitäisi löytää tasapainovaa'an avulla. Piirrä puu, joka antaa algoritmin tehtävän ratkaisemiseksi enintään kolmella punnituksella.