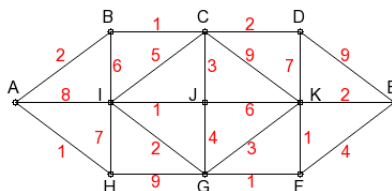


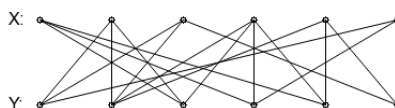
## Diskreetti matematiikka (2011)

Harjoitus 6/viikko 18

- (1) Etsi seuraavassa graafissa lyhin tie pisteestä  $A$  pisteeseen  $K$  käyttäen (parannetua) Dijkstran algoritmia.



- (2) Osoita, että parannetussa Dijkstran algoritmista tarvittavien vertailujen ja yhteenlaskujen lukumäärä on  $\mathcal{O}(n^2)$ , kun  $n$  on tarkasteltavan graafin pisteiden lukumäärä.
- (3) Etsi seuraavalle graafille maksimaalinen sovitus käyttäen unkarilaista algoritmia lähtien sovituksesta  $M = \{x_1y_3, x_2y_1, x_3y_2, x_4y_4, x_5y_5\}$ .



- (4) Etsi seuraavalle graafille maksimaalinen sovitus käyttäen unkarilaista algoritmia lähtien sovituksesta  $M = \{x_1y_1, x_3y_6, x_4y_3, x_5y_4, x_7y_7\}$ .



- (5) Alla olevan matriisin kohdassa  $(i, j)$  oleva alkio ilmoittaa talojen  $B_i$  ja  $B_j$  välisen vesijohtotyön hinnan tuhansina euroina. Tässä  $\infty$  merkitsee sitä, ettei ko. talojen välille saada vesijohtoyhteyttä järkevin kustannuksin. Etsi Kruskalin algoritmia käyttäen halvin vesijohtoverkosto, johon jokainen taloista  $B_1, \dots, B_6$  kuuluu, ja ilmoita sen hinta.

$$\begin{pmatrix} 0 & 10 & \infty & 8 & 5 & 2 \\ 10 & 0 & 3 & 4 & \infty & 5 \\ \infty & 3 & 0 & 2 & 4 & \infty \\ 8 & 4 & 2 & 0 & 2 & 5 \\ 5 & \infty & 4 & 2 & 0 & 11 \\ 2 & 5 & \infty & 5 & 11 & 0 \end{pmatrix}$$

- (6) Etsi binäärinen Huffmanin koodi, kun  $P(a_1) = 0.4$ ,  $P(a_2) = P(a_3) = 0.2$  ja  $P(a_4) = P(a_5) = 0.1$ .
- (7) Kahdeksan kolikkoa näyttää aivan samanlaisilta mutta yksi niistä on eri painoinen kuin muut. Väärä kolikko pitäisi löytää tasapainovaa'an avulla. Piirrä puu, joka antaa algoritmin tehtävän ratkaisemiseksi enintään kolmella punnituksella.