

## Matemaattiset menetelmät II (2009)

Harjoitus 3/viikko 40

1. Laske funktion  $f(x, y, z) = x^2y - x \sin yz + ye^{\cos xz}$  gradientti pisteessä  $(1, -1, \pi)$ .
2. a) Muodosta funktion  $f(x, y) = x^3 - 7xy + e^y$  differentiaalikehitelmä pisteessä  $(-1, 0)$ .  
b) Määritä pinnan  $z = f(x, y)$  pisteessä  $(1, 1, f(1, 1))$  olevan tangenttitason yhtälö  $(x, y)$ -koordinaatistossa.
3. Yksinkertaisen heilurin jakson aika on

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

missä  $L$  on heilurin pituus ja  $g = 9.81\text{m/s}^2$ . Arvioi differentiaalin avulla jakson ajan prosentuaalista muutosta, kun  $L$  kasvaa 2% ja  $g$  0.6%.

4. Laske funktion  $f(x, y) = y^3 + 2xy^2 + x^2y^3$  derivaatta pisteessä  $(0, 1)$  seuraaviin suuntiin:  
a)  $\bar{a} = (3, 2)$ ,   b)  $\bar{b} = (1, 2)$ ,   c)  $\bar{c} = (-2, 1)$ .

5. Funktio  $P(x, y, z) = 5x^3 + 3xy^3 + x^2z^2$  kuvaa kaasun painetta pisteessä  $(x, y, z)$ . Määritä suunta, jossa kaasun paine kasvaa voimakkaimmin pisteessä  $(1, 1, 2)$  sekä laske paineen kasvun muutosnopeus ko. suunnassa.

6. Olkoot  $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3$  ja  $x = s \cos st$ ,  $y = e^{s^2t}$ ,  $z = s^2 - t^2$ . Laske ketjusäännön avulla  $\frac{d}{ds}f$  ja  $\frac{d}{dt}f$ .

7. Määritä funktion  $f(x, y) = x^2 + y^4 - 2xy^2 + 1$  ääriarvot kiekossa  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ .