

Laskuharjoitus 6: Kompleksilukulaskentaa

Tehtävä 1.

Olkoot kompleksiluvut karteesisessa (summa-) muodossa $Z_1 = 3 + j4$, $Z_2 = 2 - j3$ ja $Z_3 = -5 - j2$.

- a) Piirrä ko. kompleksiluvut Re – Im –tasoon.
- b) Määritä ko. kompleksiluvut napakoordinaatti (kulma-) muodossa.
- c) Määritä ko. kompleksiluvut eksponenttimuodossa.
- d) Määritä ko. kompleksilukujen kompleksikonjugaatit (liitoluvut) sekä karteesisessa (summa-), napakoordinaatti (kulma-) että eksponenttimuodossa.
- e) Laske $Z_E = Z_1 + Z_2 + Z_3$.
- f) Laske $Z_F = Z_1 Z_2 Z_3$.
- g) Laske $Z_G = \frac{Z_1}{Z_2} Z_3$.

Tehtävä 2.

Olkoot kompleksiluvut napakoordinaatti (kulma-) muodossa $Z_1 = 3 \angle 45^\circ$, $Z_2 = 4 \angle -60^\circ$ ja $Z_3 = 5 \angle 145^\circ$.

- a) Piirrä ko. kompleksiluvut Re – Im –tasoon.
- b) Määritä ko. kompleksiluvut eksponenttimuodossa..
- c) Määritä ko. kompleksiluvut karteesisessa (summa-) muodossa
- d) Määritä ko. kompleksilukujen kompleksikonjugaatit (liitoluvut) sekä karteesisessa (summa-), napakoordinaatti (kulma-) että eksponenttimuodossa.
- e) Laske $Z_E = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_3}$.
- f) Laske $Z_F = Z_1 + \frac{Z_2}{Z_3}$.
- g) Laske $Z_G = \frac{Z_1}{Z_2} Z_3$.

Tehtävä 3.

Olkoot kompleksiluvut eksponenttimuodossa $Z_1 = 3e^{-j45^\circ}$, $Z_2 = 5e^{j45^\circ}$ ja $Z_3 = 4e^{-j135^\circ}$.

- a) Piirrä ko. kompleksiluvut Re – Im –tasoon.
- b) Määritä ko. kompleksiluvut napakoordinaatti (kulma-).
- c) Määritä ko. kompleksiluvut karteesisessa (summa-) muodossa.
- d) Määritä ko. kompleksilukujen kompleksikonjugaatit (liitoluvut) sekä karteesisessa (summa-), napakoordinaatti (kulma-) että eksponenttimuodossa.
- e) Laske $Z_E = \frac{Z_1}{Z_2 + Z_3}$.
- f) Laske $\operatorname{Re}(Z_E)$ ja $\operatorname{Im}(Z_E)$.
- g) Laske $Z_G = |Z_1| + j \left| \frac{Z_2}{Z_3} \right|$.

Laskuharjoitus 6: Kompleksilukulaskentaa

Tehtävä 4.

Määritä alla olevassa kuvassa esitettyssä piirissä virta I sekä komponenttien yli olevat jännitteet, kun $E_g = 200 \text{ V}$.

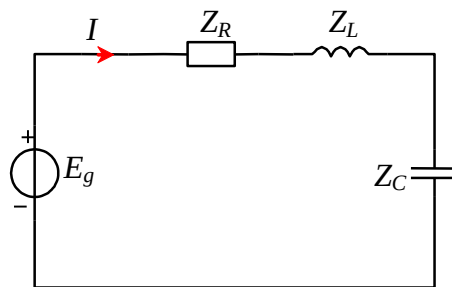
$$Z_R = 600 \, \Omega, \quad Z_L = j800 \, \Omega, \quad Z_C = -j500 \, \Omega.$$

Kuvittele, että L :n ja C :n paikalla olisi tasasähköstä tuttu R_L ja R_C .

Muodosta piirin 'kokonaisresistanssin yhtälö'.

Sijoita jokaisen yhtälössä esiintyvän R :n paikalle vastaava alkuarvoissa oleva Z .

Ja ratkaise kokonais'resistanssi', virta ja jännitteet kompleksitasossa tuttuja Ohmin ja Kirchhoffin lakeja hyväksikäyttäen.

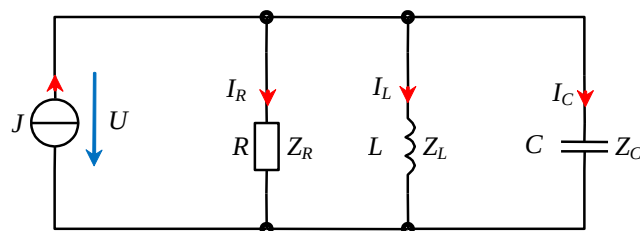


Kuva 1. Piirikaavio tehtävään 4.

Tehtävä 5.

Määritä alla olevassa kuvassa esitettyssä piirissä jatkuvantilan jännite U ja komponenttien läpi kulkevat virrat I_R , I_L ja I_C . Piirrä osoitinpiirros ko. jännitteen ja virtojen tehollisarvoista (suuruus ja vaihekulma). Kuvittele taas ratkaisevasi tasasähkötilannetta siten, että sijoitat resistanssien paikalle impedanssit Z .

$$J = 20 \text{ A}, \quad \varphi_J = 30^\circ, \quad Z_R = 50 \, \Omega, \quad Z_L = j25 \, \Omega, \quad Z_C = -j75 \, \Omega$$



Kuva 2. Piirikaavio tehtävään 5.

Kompleksilukujen esitysmuodot:

Karteesinen (summa-) muoto:

$$Z = \text{Re}(Z) + j\text{Im}(Z)$$

Napakoordinaatti (kulma-) muoto:

$$Z = |Z| \angle \theta$$

EkspONENTTIMUOTO:

$$Z = |Z| e^{j\theta}$$