

Tehtävä 1.

Määritellään vektorit $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ ja $\mathbf{c}$ seuraavasti: $\mathbf{a} = 3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z$; $\mathbf{b} = 4\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z$; $\mathbf{c} = 5\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y$

Laske seuraavat suureet:

- a) $\mathbf{a}$:n suuntainen yksikkövektori $\mathbf{e}_a$,
- b) $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$,
- c) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$,
- d) $\mathbf{a}$:n ja $\mathbf{b}$:n välinen kulma θ_{ab} ,
- e) $\mathbf{a}$:n komponentti $\mathbf{c}$:n suunnalla,
- f) $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$,
- g) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ ja $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$,
- h) $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ ja $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$.

Tehtävä 2.

Olkoot vektorit $\mathbf{a}$ ja $\mathbf{b}$ seuraavat: $\mathbf{a} = \mathbf{e}_x + 6\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z$; $\mathbf{b} = 3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y + 5\mathbf{e}_z$. Laske:

- a) vektorin $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ suuntainen yksikkövektori $\mathbf{e}$,
- b) vektorin $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ pituus.

Tehtävä 3.

Sylinterikoordinaatiston kaksi pistettä on määritelty seuraavasti:

$$P(\rho = 2, \varphi = 60^\circ, z = 2) ; Q(\rho = 4, \varphi = 120^\circ, z = -3)$$

Laske:

- a) pituus $|\mathbf{R}_{PQ}|$.
- b) pisteestä P pisteeseen Q osoittava yksikkövektori karteesisessä koordinaatistossa.

Tehtävä 4.

Pallokoordinaatistossa on annettu seuraavat pisteet:

$$P(r = 4, \theta = 40^\circ, \varphi = 120^\circ) ; Q(r = 2, \theta = -60^\circ, \varphi = 40^\circ)$$

Laske:

- a) pisteiden välinen etäisyys,
- b) pisteestä P pisteeseen Q osoittava yksikkövektori karteesisessä koordinaatistossa.

Tehtävä 5.

Käytä pallokoordinaatistoa ja integrointia määrittäessäsi pallon (säde $2a$) kuoren pinta-ala alueella $\alpha \leq \varphi \leq 2\pi$ (ei siis käytetä valmista kaavaa kaavastosta!). Mikä on ala, kun $\alpha = \pi/2$?

Tehtävä 6.

Käytä sylinterikoordinaatistoa ja integrointia määrittäessäsi suoran ympyräpohjaisen sylinterin (säde a , korkeus $2h$) kaarevan pinnan ala (ei siis käytetä valmista kaavaa kaavastosta!).

Tehtävä 7.

Käytä sylinterikoordinaatistoa ja integrointia määrittäessäsi edellisessä tehtävässä (6) esitetyn suoran ympyräpohjaisen sylinterin tilavuus (ei siis käytetä valmista kaavaa kaavastosta!).