

Tehtävä 1.

Alueella $\rho \leq 4$ m (sylinterikoordinaatistossa), $\mathbf{D} = \left(3\rho + \frac{\rho^3}{3}\right) \mathbf{e}_\rho \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2}\right]$ ja alueella $\rho > 4$ m,

$\mathbf{D} = \frac{1}{3\rho} \mathbf{e}_\rho \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2}\right]$. Määritä ρ_V molemmissa alueissa.

Tehtävä 2.

Alueella $r \leq 3$ m (pallokoordinaatistossa) $\mathbf{E} = \left(\frac{20r}{\epsilon_0}\right) \mathbf{e}_r \left[\frac{\mu\text{V}}{\text{m}}\right]$. Määritä kokonaisvaraus, joka jää $r = 3$ m rajoittaman pinnan sisälle.

Tehtävä 3.

Laske divergenssi kentälle: $\mathbf{E} = \frac{1}{\rho} \mathbf{e}_\rho + z \mathbf{e}_z$ [V/m].

Tehtävä 4.

Sylinterikoordinaatistossa on määritelty:

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \rho_0 \left(\frac{\rho^2 - a^2}{\rho} \right) \mathbf{e}_\rho \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right], & \text{kun } a \leq \rho \leq b \\ \mathbf{D} = \rho_0 \left(\frac{b^2 - a^2}{\rho} \right) \mathbf{e}_\rho \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right], & \text{kun } \rho > b \\ \mathbf{D} = 0 \mathbf{e}_\rho \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right], & \text{kun } \rho < a. \end{cases}$$

Määritä varaustiheydet kaikissa kolmessa alueessa.

Tehtävä 5.

Pallokoordinaatistossa on määritelty:

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \left(\frac{r}{4} - \frac{3}{5} \right) \mathbf{e}_r \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right], & \text{kun } r \leq 1 \\ \mathbf{D} = \frac{5}{36r^2} \mathbf{e}_r \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right], & \text{kun } r > 1 \end{cases}$$

Määritä varaustiheydet molemmissa alueissa.

Tehtävä 6.

Olko $\mathbf{D} = \frac{3\rho^3}{5} \mathbf{e}_\rho \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$. Laske kokonaisvaraus tilavuudessa, joka jää alueen $1 < \rho < 4$, $0 < z < 5$ sisään, käyttäen divergenssiteoreeman ”kummankin puolen kaavoja”.

Tehtävä 7.

Olko

$$\mathbf{A} = \frac{10 \sin^2(\theta)}{r} \mathbf{e}_r \frac{\text{N}}{\text{m}}. \text{ Määritä } \vec{\nabla} \cdot \mathbf{A} \text{ pisteessä } \left(2\text{m}, \pi \text{ rad}, \frac{\pi}{2} \text{ rad} \right).$$