

Tehtävä 1.

Määritellään vektorit $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ ja $\mathbf{c}$ seuraavasti: $\mathbf{a} = \mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z$; $\mathbf{b} = 4\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z$; $\mathbf{c} = 5\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_z$

Laske seuraavat suureet:

- $\mathbf{a}$:n suuntainen yksikkövektori $\mathbf{e}_a$,
- $|\mathbf{a} - \mathbf{b}|$,
- $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$,
- $\mathbf{a}$:n ja $\mathbf{b}$:n välinen kulma θ_{ab} ,
- $\mathbf{a}$:n komponentti $\mathbf{c}$:n suunnalla,
- $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$,
- $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ ja $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$,
- $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ ja $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$.

Tehtävä 2.

Olkoot vektorit $\mathbf{a}$ ja $\mathbf{b}$ seuraavat: $\mathbf{a} = \mathbf{e}_x - 6\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z$; $\mathbf{b} = 3\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y + 5\mathbf{e}_z$. Laske:

- Piirrä tilanne $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ karteesiseen koordinaatistoon ja määritä ko. vektorin $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ suuntainen yksikkövektori $\mathbf{e}_{ab}$,
- Piirrä tilanne $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ karteesiseen koordinaatistoon ja määritä ko. vektorin $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ pituus.

Tehtävä 3.

Sylinterikoordinaatiston kaksi pistettä on määritelty seuraavasti:

$$P(\rho = 2, \varphi = 60^\circ, z = 3) \quad ; \quad Q(\rho = 3, \varphi = 110^\circ, z = -2)$$

Laske:

- pituus $|\mathbf{R}_{PQ}|$.
- pisteestä P pisteeseen Q osoittava yksikkövektori karteesisessa koordinaatistossa.
- Piirrä tilanteesta kuva.

Tehtävä 4.

Pallokoordinaatistossa on annettu seuraavat pisteet:

$$P(r = 3, \theta = 40^\circ, \varphi = 120^\circ) \quad ; \quad Q(r = 2, \theta = 60^\circ, \varphi = 40^\circ)$$

Laske:

- pisteiden välinen etäisyys,
- pisteestä P pisteeseen Q osoittava yksikkövektori karteesisessa koordinaatistossa.
- Piirrä tilanteesta kuva.

Tehtävä 5.

Käytä pallokoordinaatistoa ja integrointia määrittäessäsi pallon (säde $2a$) kuoren pinta-ala alueella $\alpha \leq \varphi \leq 2\pi$ (ei siis käytetä valmista kaavaa kaavastosta!). Mikä on ala, kun $\alpha = \pi/3$? Piirrä tilanteesta kuva.

Tehtävä 6.

Käytä sylinterikoordinaatistoa ja integrointia määrittäessäsi suoran ympyräpohjaisen sylinterin (säde a , korkeus $2h$) kaarevan pinnan ala (ei siis käytetä valmista kaavaa kaavastosta!). Piirrä tilanteesta kuva.

Tehtävä 7.

Käytä sylinterikoordinaatistoa ja integrointia määrittäessäsi edellisessä tehtävässä (6) esitetyn suoran ympyräpohjaisen sylinterin tilavuus (ei siis käytetä valmista kaavaa kaavastosta!). Piirrä tilanteesta kuva.