

Tehtävä 1.

Olkoon $\mathbf{D} = \frac{10\rho^2}{3} \mathbf{e}_\rho \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$ (sylinterikoordinaatistossa). Laske kokonaisvaraus tilavuudessa, jota rajoittaa $\rho = 3$, $z = 0$ ja $z = 5$, käyttäen Gaussin divergenssi teoreeman ”kummankin puolen kaavoja”. Piirrä tilanteesta periaatekuva. Millainen on varaustiheys ko. alueella?

Tehtävä 2.

Laske divergenssi kentälle: $\mathbf{E} = \frac{50}{\rho} \mathbf{e}_\rho + 20z \mathbf{e}_z$ [V/m]. Millainen on varaustiheys ko. alueella?

Tehtävä 3.

Olkoon

$$\mathbf{A} = \frac{10 \sin^2(\theta)}{r} \mathbf{e}_r \frac{\text{N}}{\text{m}}. \text{ Määritä } \nabla \cdot \mathbf{A} \text{ pisteessä } \left(2\text{m}, \frac{\pi}{2} \text{rad}, \frac{\pi}{2} \text{rad} \right).$$

Tehtävä 4.

Määritä työ, joka tehdään siirrettäessä pistevaraus $Q = 4 \mu\text{C}$ pisteestä $(1 \text{ m}, \pi, 0)$ pisteeseen $(3 \text{ m}, \pi/2, 3 \text{ m})$ staattisessa sähkökentässä, jossa $\mathbf{E} = \frac{10^5}{\rho} \mathbf{e}_\rho + 10^5 \mathbf{e}_z$ (V/m). Piirrä tilanteesta periaatekuva. Mitä (osa)tulokset tarkoittavat tehtävän työn kannalta?

Tehtävä 5.

Olkoon (sylinterikoordinaatistossa) sähkökenttä $\mathbf{E} = (5 / \rho) \mathbf{e}_\rho$ V/m alueella $0 \leq \rho \leq 2 \text{ m}$ ja $\mathbf{E} = 2,5 \mathbf{e}_\rho$ V/m alueella $\rho > 2 \text{ m}$. Määritä potentiaaliero V_{AB} , kun piste A on kohdassa $(1, 0, 5) \text{ m}$ ja piste B kohdassa $(4, 0, 2) \text{ m}$. Piirrä periaatekuva tilanteesta. Mitä tulos kertoo (eli kummalla pisteellä on korkeampi potentiaali toiseen pisteeseen nähden)?

Tehtävä 6.

Tasainen viivavaraus ($\rho_l = -15 \text{ nC/m}$) on tasolla $z = 0$ yhdensuuntaisesti x -akselin kanssa kohdassa $y = -2 \text{ m}$. Määritä potentiaaliero V_{AB} , kun piste A on kohdassa $(0, 2, 3) \text{ m}$ ja piste B kohdassa $(0, 0, 0) \text{ m}$. Piirrä periaatekuva tilanteesta. Mitä tulos kertoo (eli kummalla pisteellä on korkeampi potentiaali toiseen pisteeseen nähden)?

Tehtävä 7.

Olkoon potentiaali $V = 2x^2 + 5y + 4z^2$ (V). Määritä energia, joka on varastoitunut tilavuuteen, jota kuvataan $0 \leq x \leq 1 \text{ m}$, $0 \leq y \leq 1 \text{ m}$ ja $0 \leq z \leq 1 \text{ m}$. Miten energia on jakautunut tutkittavassa alueessa (eli onko tasaisesti jakautunut koko alueella vai muuttuuko (ja miten) alueen sisällä)?