



Vaasan yliopisto
UNIVERSITY OF VAASA

SATE2180

Kenttäteorian perusteet

Induktanssi ja magneettipiirit

Sähkötekniikka/MV

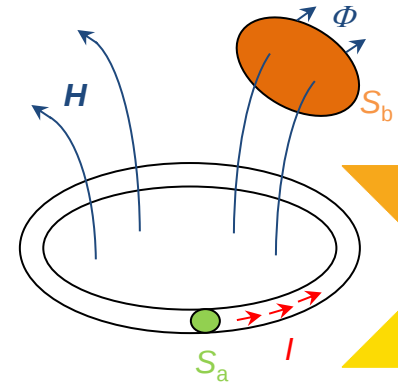
Induktanssin määrittäminen

Virta I kulkee johtimessa, jonka poikkipinta on S_a

$$I = \int_{S_a} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad [\text{A}]$$

Virta I aiheuttaa magneettikentän voimakkuuden $\mathbf{H}$ ja magneettivuon tiheyden $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, jolloin vuo Φ pinnan S_b läpi on

$$\Phi = \int_{S_b} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad [\text{Wb}]$$

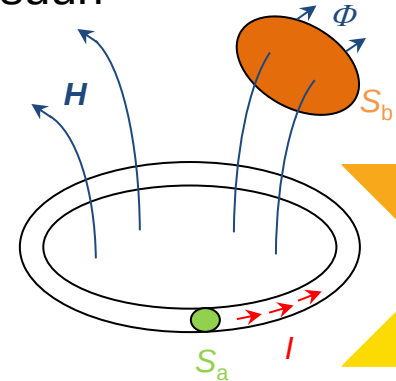


Virtasilmukan induktanssi

Valitaan pinta S_b siten, että se on virtasilmukan ulkopuolella ja sen läpi kulkee mahdollisimman suuri magneettivuo.

Rakenteen induktanssi:

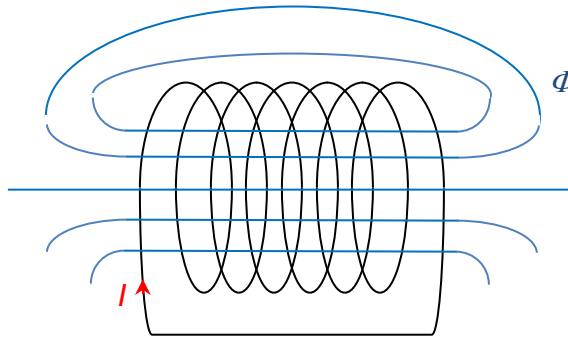
$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\int_{S_b} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}}{\int_{S_a} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}} \left[H = \frac{Wb}{A} = \frac{Vs}{A} \right]$$



Kelan induktanssi

Jos silmukka muodostuu useasta johdinkierroksesta, kelan kierroksien muodostaman pinnan kautta kulkevaa vuota kutsutaan käämivuoksi λ :

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\lambda}{I}$$

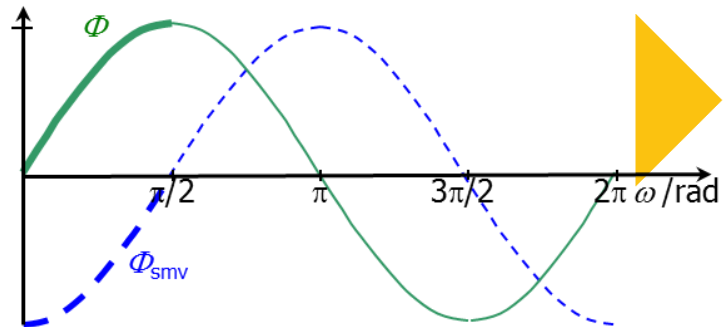
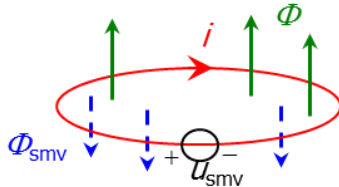


Faradayn laki ja itseinduktanssi

Kulkekoon suljetun silmukan läpi ajan mukaan muuttuva magneettivuo. Tällöin Faradayn lain mukaisesti silmukkaan indusoituu jännite -> virta.

=> Itseinduktanssi L

$$U_{\text{smv}} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{di} \cdot \frac{di}{dt} = -L \frac{di}{dt} \text{ [V]}$$

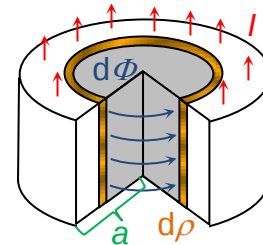


Sisäinen induktanssi

Myös johtimen sisälle muodostuu magneettivuo, joka yleensä on huomattavan paljon pienempi kuin ulkoinen induktanssi, ja täten usein jätetään huomiotta.

$$\mathbf{H} = \frac{I\rho}{2\pi a^2} \mathbf{e}_\varphi \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu I\rho}{2\pi a^2} \mathbf{e}_\varphi \left[\text{T} \right]$$



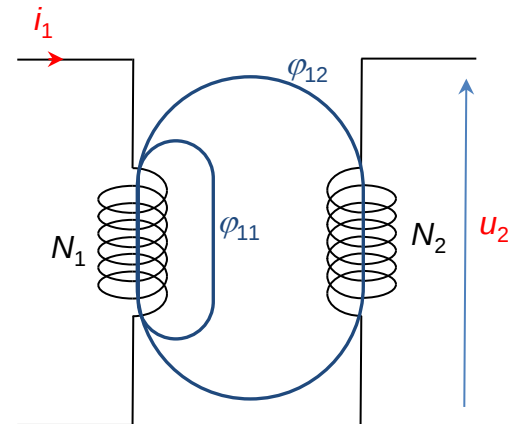
Keskinäisinduktanssi

Virrallinen käämi 1 indusoi jännitteen käämiin 2
-> keskinäisinduktanssi

$$u_2 = N_2 \frac{d\varphi_{12}}{dt}$$

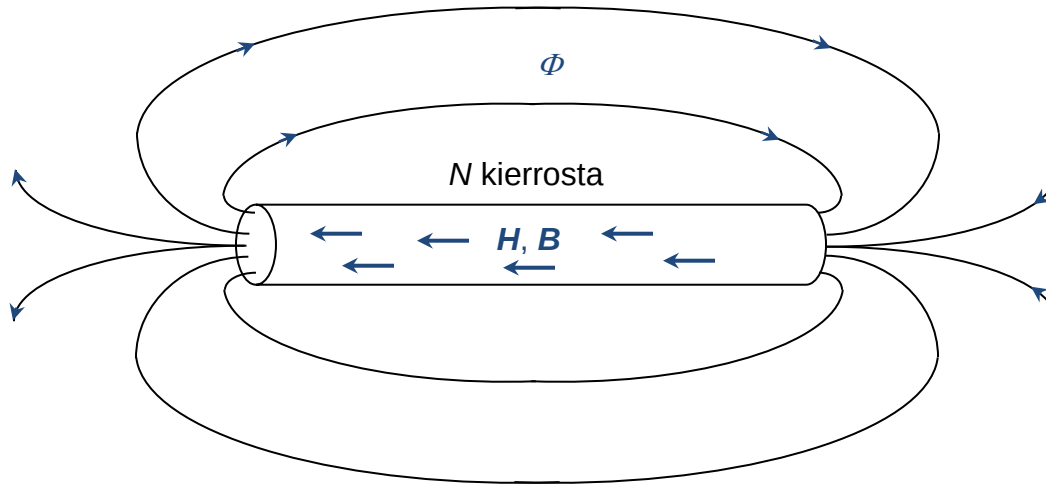
$$M_{12} = N_2 \frac{d\varphi_{12}}{di_1}$$

$$\Rightarrow u_2 = N_2 \frac{d\varphi_{12}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = M_{12} \frac{di_1}{dt}$$



Ampèren laki ilmasydämiselle käämille

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI$$



Magneettipiirit

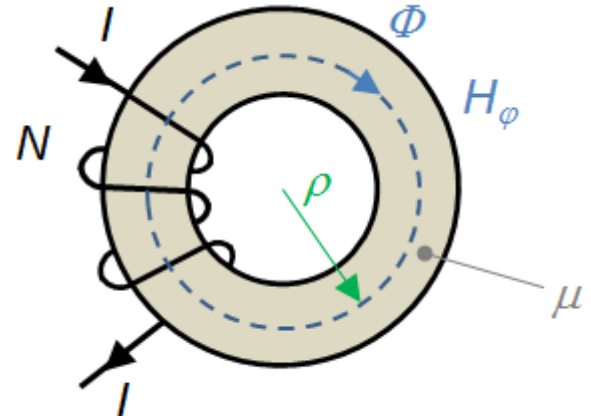
Raudasta valmistetut suuri permeabiliteettiset piirit ovat tärkeitä sähkökoneiden ja muuntajien tekniikassa. Haasteita koneiden analyysille aiheuttaa ferromagneettisten aineiden epälineaarisuus ja hystereesi.

Jos materiaalin permeabiliteetti on suuri, kenttä pysyy toroidin sisällä.

Magneettikenttä toroidissa: $H_{\varphi} = \frac{NI}{2\pi\rho}$

Magneettivuon tiheys on epälineaarisilla aineilla tietty funktio magneettikentästä eli permeabiliteetti μ ei ole vakio.

$$B_{\varphi} = \mu(H)H_{\varphi} = \frac{\mu(H)NI}{2\pi\rho}$$



Magneettiipirit / ilmarako

Oletetaan, että toroidin rautasydämeen on tehty kapea ilmarako, jonka pituus on l_0 .

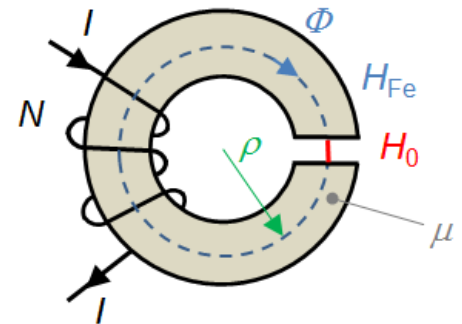
Ilmaraossa vuo Φ on sama kuin raudassa, mutta vuo 'pullistuu' ilmaraossa jonkin verran eli ilmaraon poikkipinta S_0 on hieman suurempi kuin raudan S_{Fe} .

Magneettikentän voimakkuudet raudassa ja ilmassa poikkeavat huomattavasti toisistaan, koska raudan permeabiliteetti $\gg$ ilman:

$$H_{Fe} = \frac{B_{Fe}}{\mu} = H_0 = \frac{B_{Fe}}{\mu_0}$$

Kokonaismagneettikenttä saadaan kaavalla:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_{Fe} l_{Fe} + H_0 l_0 = NI$$



Analogia magneettipiirien ja sähköpiirien välillä

Magnetomotorinen voima $F = NI$

$\Leftrightarrow$ Sähkömotorinen voima E (lähdejännite)

Magnetomotorisen voiman alenema HI

$\Leftrightarrow$ Jännitteen alenema U

Magneettikentän vuo $\Phi \Leftrightarrow$ Sähkövirta I

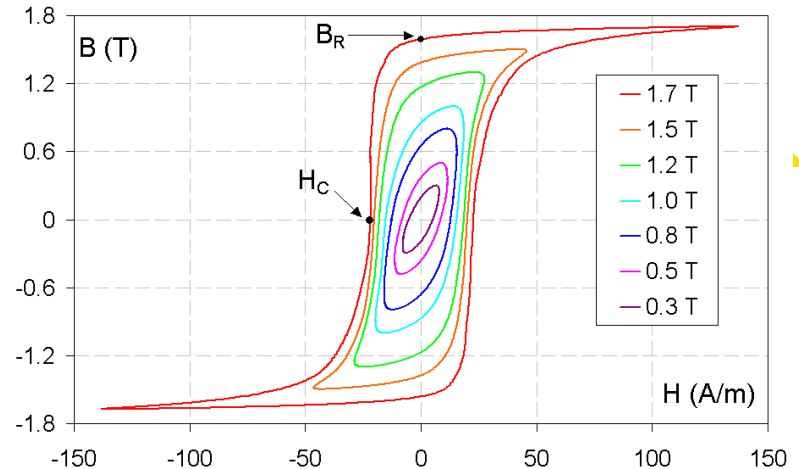
Reluktanssi $\mathcal{R} \Leftrightarrow$ Resistanssi R



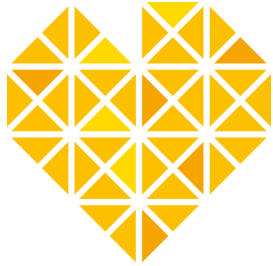
Hystereesi

Magneettiirin väliaineen epälineaarisuus:
Permeabiliteetti ei ole vakio => magneettivuon tiheyden B ja
magneettikentän voimakkuuden H välinen yhteys etsitään
numeerisesti tai graafisesti.

Erityyppisten teräslaatujen hystereesikäyriä.
 B_R on materiaalin remanenssi
(jäännösmagnetismi) ja H_C sen
koersiivisuus (mittaa ferromagneettisen
aineen kykyä säilyttää magneettisuutensa
sen jälkeen, kun se ulkoinen
magneettikenttä on poistettu). Mitä
suurempi alue käyrän sisään jää, sitä
suurempi on koersiivisuus. Aineen
magnetoituminen riippuu ulkoisesta
magneettikentästä ja sen muuttumisesta
tavalla, joka vastaa käyrän kiertämistä
vastapäivään.



By Zureks - Oma teos, CC BY-SA 3.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=797050>



Vaasan yliopisto
UNIVERSITY OF VAASA