



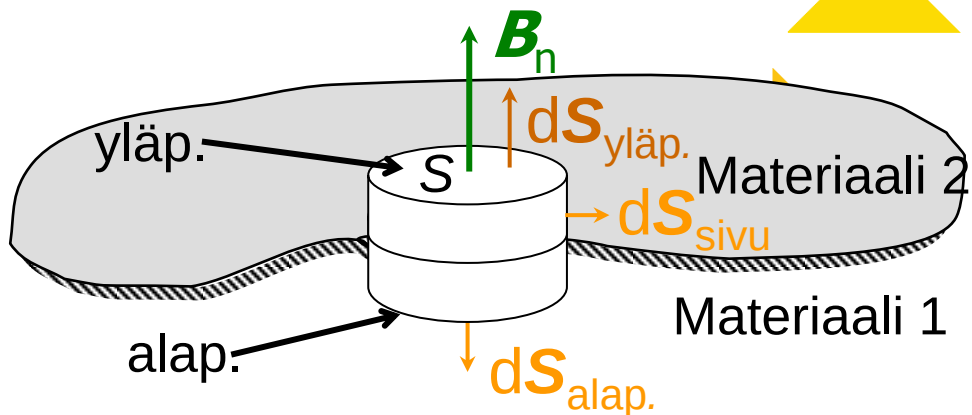
Vaasan yliopisto
UNIVERSITY OF VAASA

SATE2180
Kenttäteorian perusteet
Magneettikentän rajapintaehdot
Sähkötekniikka/MV

Magneettikentän voimakkuus ja magneettivuon tiheys kahden materiaalin rajapinnalla

Magneettivuo on jatkuva

$$\Rightarrow \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_{\text{yläp.}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}_{\text{yläp.}} + \int_{\text{alap.}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}_{\text{alap.}} + \int_{\text{sivu}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}_{\text{sivu}} = 0$$



Magneettikentän voimakkuuden ja magneettivuon tiheyden normaalikomponentit kahden materiaalin rajapinnalla

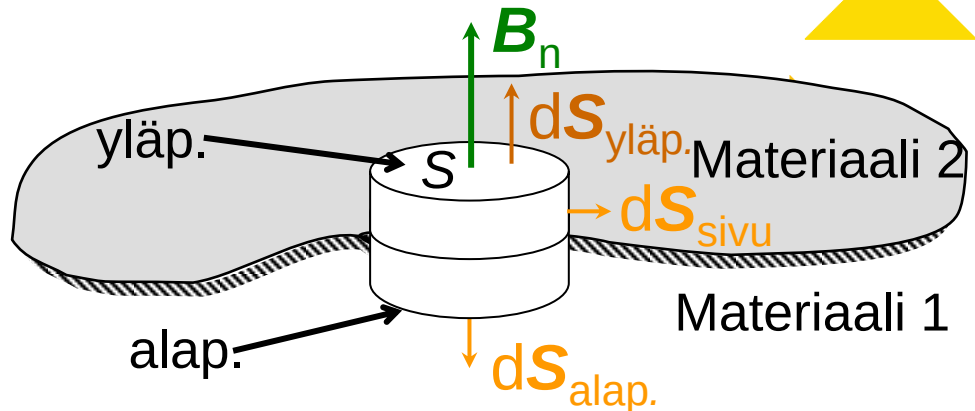
Annetaan sivun korkeuden lähestyä nollaa

$$\Rightarrow \int_{\text{yläp.}} \mathbf{B}_{n2} \cdot d\mathbf{S}_{\text{yläp.}} + \int_{\text{alap.}} \mathbf{B}_{n1} \cdot d\mathbf{S}_{\text{alap.}} = 0$$

->Magneettivuontiheyden normaalikomponentti $\mathbf{B}_n$ on materiaalien rajapinnassa jatkuva

$$\mathbf{B}_{n1} = \mathbf{B}_{n2}$$

$$\mu_{r1} \mathbf{H}_{n1} = \mu_{r2} \mathbf{H}_{n2}$$



Magneettikentän voimakkuuden ja magneettivuon tiheyden tangentiaaliset komponentit kahden varauksista vapaan materiaalin rajapinnalla

Amperen lain mukaan=>

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_2^3 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_3^4 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_4^1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0$$



Magneettikentän voimakkuuden ja magneettivuon tiheyden tangentialiset komponentit kahden varauksista vapaan materiaalin rajapinnalla

Annetaan etäisyyksien 2 -> 3 ja 4 -> 1 lähestyä nollaa

$$\int_2^3 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_4^1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0 \Rightarrow \int_1^2 \mathbf{H}_{t2} \cdot d\mathbf{l}_2 = -\int_3^4 \mathbf{H}_{t1} \cdot d\mathbf{l}_1$$

->Magneettikentän voimakkuuden $\mathbf{H}$ tangentialinen komponentti on jatkuva varauksista vapaiden materiaalien rajapinnassa

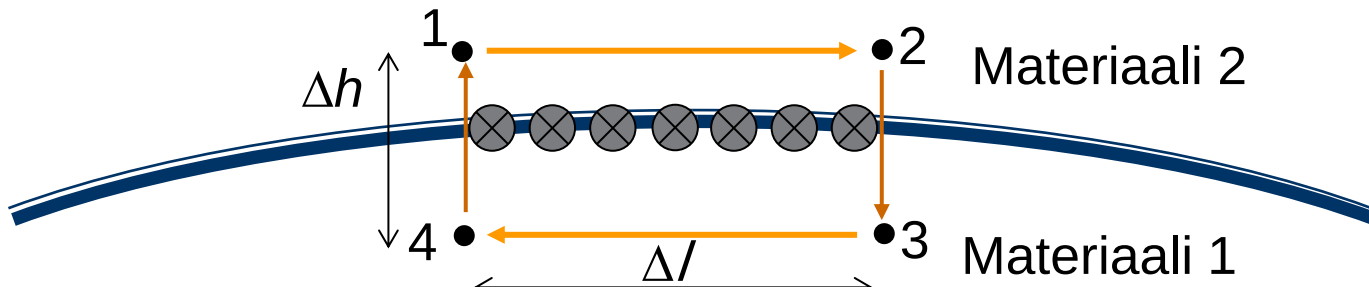
$$\mathbf{H}_{t1} = \mathbf{H}_{t2} \Rightarrow \frac{\mathbf{B}_{t1}}{\mu_1} = \frac{\mathbf{B}_{t2}}{\mu_2}$$



Magneettikentän voimakkuuden ja magneettivuon tiheyden tangentialiset komponentit virtatason ollessa rajapinnalla

Amperen lain mukaan=>

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_2^3 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_3^4 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_4^1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$
$$= \int_S \mathbf{J}_s \cdot d\mathbf{S} = \int_l \int_h J_s \mathbf{e}_J \cdot dh d\mathbf{l} \mathbf{e}_J$$



Magneettikentän voimakkuuden ja magneettivuon tiheyden tangentiaaliset komponentit virtatason ollessa rajapinnalla

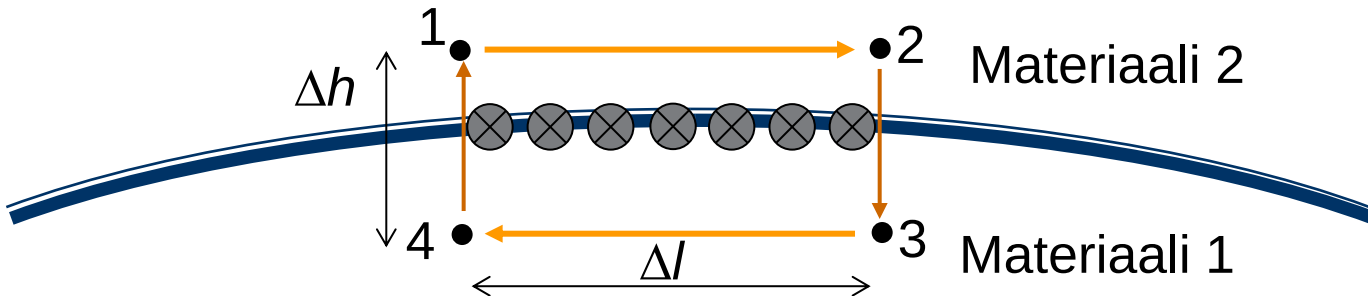
Annetaan etäisyyksien 2 -> 3 ja 4 -> 1 lähestyä nollaa

$$\int_2^3 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_4^1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0 \Rightarrow \int_1^2 \mathbf{H}_{t2} \cdot d\mathbf{l}_2 + \int_3^4 \mathbf{H}_{t1} \cdot d\mathbf{l}_1 = I$$

Virtataso kulkee materiaalien rajapinnassa $\Rightarrow \int_I \mathbf{J}_s \mathbf{e}_J \cdot d\mathbf{l} \mathbf{e}_J$

$$\Rightarrow H_{t2} \Delta l + H_{t1} \Delta l = J_s \Delta l$$

$$\Rightarrow H_t = \frac{J_s}{2}$$

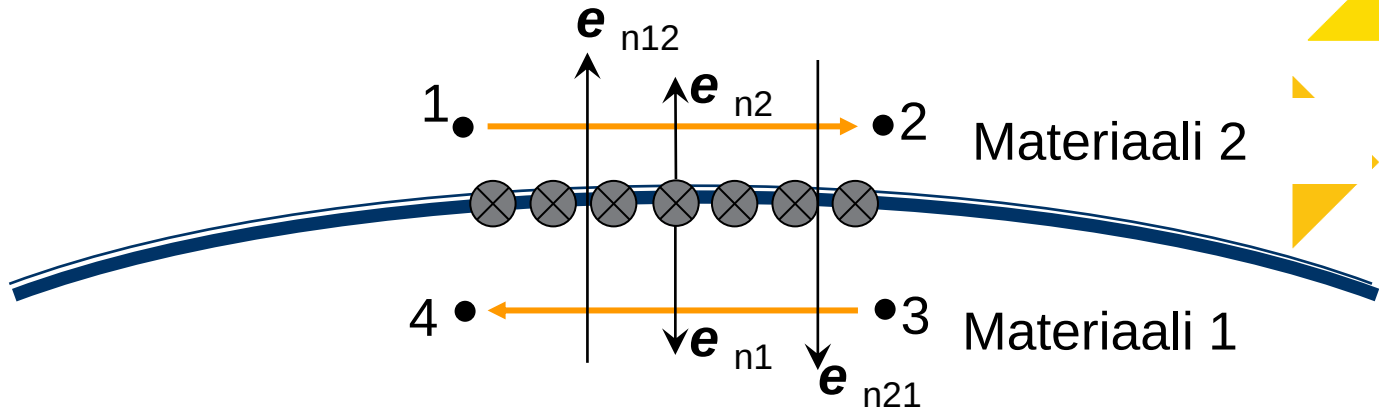


Magneettikentän voimakkuuden ja magneettivuon tiheyden tangentiaaliset komponentit virtatason ollessa rajapinnalla

Virtatason $\mathbf{J}_S$ aiheuttaman magneettikentän voimakkuus $\mathbf{H}$

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_S \Rightarrow \begin{cases} 0,5 \mathbf{J}_S \times \mathbf{e}_{n1} = \Delta \mathbf{H}_{t1} \\ 0,5 \mathbf{J}_S \times \mathbf{e}_{n2} = \Delta \mathbf{H}_{t2} \end{cases}$$

$$\text{Eli: } \begin{cases} \mathbf{e}_{n21} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_S \text{ tai } \mathbf{e}_{n12} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{J}_S \\ (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \times \mathbf{e}_{n12} = \mathbf{J}_S \text{ tai } (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) \times \mathbf{e}_{n21} = \mathbf{J}_S \end{cases}$$



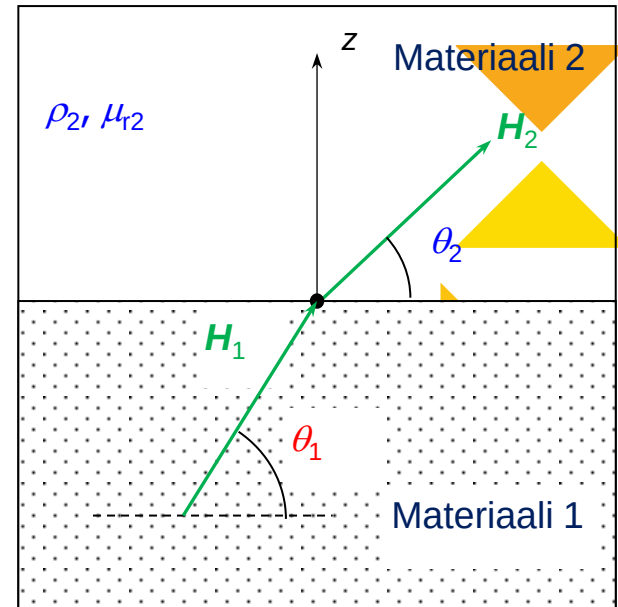
Magneettikentän voimakkuuden ja magneettivuon tiheyden komponentit materiaalien rajapinnalla

Yhteenvedo: $\mathbf{B}_{n1} = \mathbf{B}_{n2} \xRightarrow{\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}} \mu_{r1}\mathbf{H}_{n1} = \mu_{r2}\mathbf{H}_{n2}$

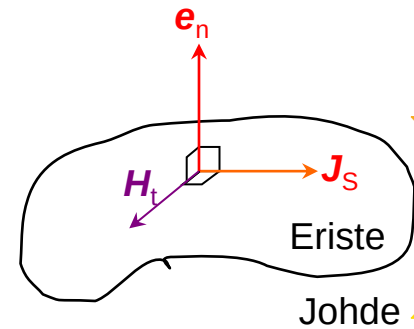
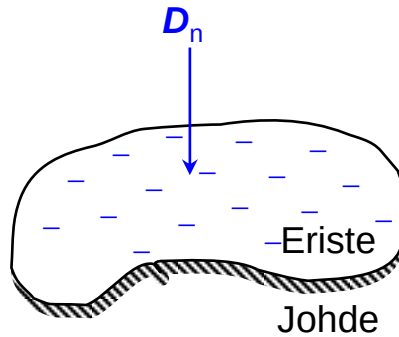
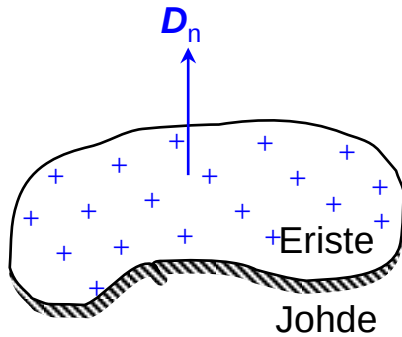
$$\mathbf{e}_{n21} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_S \text{ tai } \mathbf{e}_{n12} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{J}_S$$

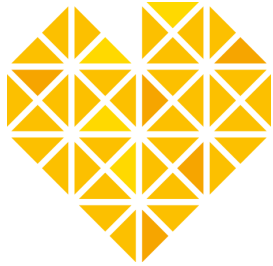
$$\mathbf{e}_{n21} \times \left(\frac{\mathbf{D}_1}{\mu_1} - \frac{\mathbf{D}_2}{\mu_2} \right) = \mathbf{J}_S \text{ tai } \mathbf{e}_{n12} \times \left(\frac{\mathbf{D}_3}{\mu_1} - \frac{\mathbf{D}_2}{\mu_2} \right) = \mathbf{J}_S$$

$$J_S = 0 \left\{ \begin{array}{l} \tan \theta_1 = \frac{|\mathbf{H}_{n1}|}{|\mathbf{H}_{t1}|} = \frac{|\mathbf{B}_{n1}|}{|\mathbf{B}_{t1}|} \text{ ja } \tan \theta_2 = \frac{|\mathbf{H}_{n2}|}{|\mathbf{H}_{t2}|} = \frac{|\mathbf{B}_{n2}|}{|\mathbf{B}_{t2}|} \\ \sin \theta_1 = \frac{|\mathbf{H}_{n1}|}{|\mathbf{H}_1|} = \frac{|\mathbf{B}_{n1}|}{|\mathbf{B}_1|} \text{ ja } \sin \theta_2 = \frac{|\mathbf{H}_{n2}|}{|\mathbf{H}_2|} = \frac{|\mathbf{B}_{n2}|}{|\mathbf{B}_2|} \\ \cos \theta_1 = \frac{|\mathbf{H}_{t1}|}{|\mathbf{H}_1|} = \frac{|\mathbf{B}_{t1}|}{|\mathbf{B}_1|} \text{ ja } \cos \theta_2 = \frac{|\mathbf{H}_{t2}|}{|\mathbf{H}_2|} = \frac{|\mathbf{B}_{t2}|}{|\mathbf{B}_2|} \\ \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\frac{|\mathbf{B}_{n1}|}{|\mathbf{B}_{t1}|}}{\frac{|\mathbf{B}_{n2}|}{|\mathbf{B}_{t2}|}} = \frac{|\mathbf{B}_{t2}|}{|\mathbf{B}_{t1}|} = \frac{|\mu_{r2}\mathbf{H}_{t2}|}{|\mu_{r1}\mathbf{H}_{t1}|} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} \end{array} \right.$$



Täydellisen eristeen ja johteen rajapinta





Vaasan yliopisto
UNIVERSITY OF VAASA