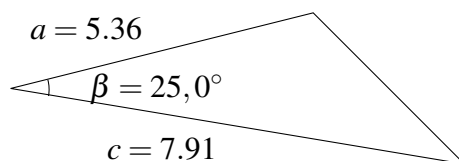


Lineaarialgebra II, MATH.1240

1. harjoitus, (viikko 10, 4.3.–8.3.2019)

R01	ke	10-12	F291
R02	ma	08-10	F291
R03	to	14-16	F425

1. Tutkitaan kolmiota, josta tunnemme osat $a = 5.36\text{cm}$, $\beta = 25,0^\circ$ ja $c = 7.91\text{cm}$. Laske kolmion kulmat ja puuttuva sivun pituus. (Ohje: ”kosinilause” ja ”sinilause”.) Anna kulmat sekä asteissa että radiaaneina. Tarkista, että $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ = \pi(\text{rad})$.

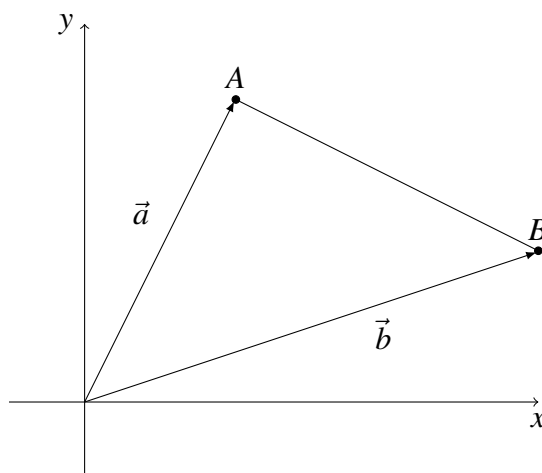


2. Olkoon $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ja $\vec{w} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Laske vektoreiden pituudet ja niiden välinen kulma.

3. Olkoon $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ja $\vec{b} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

a) Laske $u = \vec{a} \cdot \vec{b}$. b) Laske $\vec{v} = \vec{a} \times \vec{b}$. c) Mikä ero on u :lla ja $\vec{v}$:llä?

4. Perustele seuraava väite: Jos vektorit $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ piirretään alkamaan origosta O, ja vektorin $\vec{a}$ loppupiste on piste A ja vektorin $\vec{b}$ loppupiste on piste B, niin jos vektori $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ piirretään alkamaan origosta niin vektorin $\vec{c}$ loppupiste on janan AB keskipiste.



5. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 5y = 0 \end{cases}$$

6. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x + 5y = 14 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

7. Olkoon $a \in \mathbb{R}$ ja $b \in \mathbb{R}$, reaalisia vakioita ($a \geq 0, b \geq 0$). Ratkaise x ja y yhtälöryhmästä

$$\begin{cases} 0.5 \cdot x + 0.4 \cdot y = b \\ ax + 0.2 \cdot y = 0 \end{cases}$$

Kaavoja:

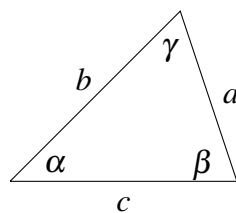
vektorin $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ pituus on $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Olkoon $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$, $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$ ja vektoreiden välinen kulma γ . Silloin

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \gamma \\ \vec{a} \times \vec{b} &= (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k} \\ \text{ja } |\vec{a} \times \vec{b}| &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \gamma \end{aligned}$$

Jos vektoreiden $\vec{a}$ ja $\vec{b}$ välinen kulma on γ , niin

$$\cos \gamma = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}, \quad \sin \gamma = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}.$$



$$\alpha + \beta + \gamma = \pi$$

Pinta-ala

$$A = \frac{1}{2} bc \sin \alpha$$

Sinilause

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}.$$

Kosinilause

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$