

Lineaarialgebra II, MATH.1240

2. harjoitus, (viikko 11, 11.3.–15.3.2019)

R01	ke	10-12	F291
R02	ke	08-10	F291
R03	to	14-16	F425

1. Määritä matriisi $\mathbf{M}$, jolle

$$\mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \text{and} \quad \mathbf{M} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

2. Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Osoita, että $L = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^4 \mid \mathbf{A}\vec{x} = \vec{0}\}$ on $\mathbb{R}^4$:n lineaarinen aliavaruus. Mitkä vektorit virittävät L :n?

3. Määritä matriisi $\mathbf{M}$, jolle

$$\mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \text{and} \quad \mathbf{M} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Voit nyt hyödyntää sitä, että matriisilla kertominen $\vec{x} \mapsto \mathbf{M}\vec{x}$ on lineaarikuvaus ja

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0.2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 0.4 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.4 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 0.2 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

4. Olkoo $\text{Det}(\mathbf{B}) \neq 0$. Laske determinantti matriisille

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & \mathbf{B} \end{pmatrix}.$$

5. Olkoon x reaaliluku. Laske matriisitulo

$$\begin{pmatrix} \cos(x) & 1 & \sin(x) \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & \cos(x) - \sin(x) & -\cos(x) \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Mitä voit päätellä ylläolevista matriiseista?

6. Jos $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ on lineaarikuvaus, jolle

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \text{ja} \quad f \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix},$$

niin mitä on $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$?

7. Olkoon $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ on funktio, jolle

$$f\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 1, \quad \text{and} \quad f\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 3.$$

Osoita, että f ei ole lineaarinen funktio.