

Lineaarialgebra II, MATH.1240

3. harjoitus, (viikko 12, 18.3.–22.3.2019)

R01	ma	12-14	F425
R02	to	12-14	F425
R03	to	14-16	F425

1. Määritä käänteismatriisi matriisille $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$,

- a) käyttäen rivioperaatioita;
b) käyttäen adjungaattia.

2. Ratkaise yhtälö:

$$\begin{vmatrix} 1-x & 2 \\ 3 & 2-x \end{vmatrix} = 0.$$

3. Ratkaise yhtälö:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 7 & 7 & 7 \\ x & x+1 & 2x \end{vmatrix} = 0.$$

4. Määritä determinanti ja käänteismatriisi matriisille $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 6 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

5. a) Määritä käänteismatriisi matriisille

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Mitkä seuraavoista ominaisuuksista on matriisilla $\mathbf{M}$ tai sen käänteismatriisilla $\mathbf{M}^{-1}$. (Tarkista Googlaa termien merkitys netistä.)

ominaisuus	english term	$\mathbf{M}$	$\mathbf{M}^{-1}$
alakolmio-muoto	lower triangular		
symmetrinen	symmetric		
persymmetrinen	persymmetric		
nauhamatriisi	band matrix		
Toeplitz	Toeplitz		
säännöllinen	of full Rank		

6. Ratkaise $\mathbf{X}$ yhtälöstä $\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}^T = \mathbf{C}$, missä

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Voit hyödyntää kaavaa:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

7. a) Ratkaise seuraava yhtälöryhmä rivioperaatioilla:

$$\begin{cases} 2x + 2y + 4z = 14 \\ -2x - y + 3z = 6 \\ 6x - 2y + 4z = 2 \end{cases}$$

b) Ratkaise a-kohdan yhtälöryhmä käyttäen hyväksi kerroinmatriisin LU-hajoittelmaa

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \\ 6 & -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 48 \end{pmatrix}$$