

# Lineaarialgebra I, MATHC.1230

## 4. harjoitus, (viikko 6, 6.2.–7.2.2018)

|     |    |       |      |
|-----|----|-------|------|
| R01 | ti | 10-12 | F453 |
| R02 | ke | 08-10 | F453 |

### 1. Ratkaise yhtälöt

- a)  $x^2 + 2x + 2 = 0$ ,      b)  $x^2 + 3x + 5 = 0$ ,  
 c)  $x^3 - 2x^2 + 2x = 0$ ,      d)  $x^3 - 2x^2 + 2x = 4$ ,

(Vihje: c-kohdassa yksi juuri on 0. d-kohdassa yksi juuri on 2.)

### 3. Laske seuraavat lausekkeet

- a)  $(2 + 3i) + (3 - 4i)$ ,      b)  $(2 + 3i) \cdot (3 - 4i)$ ,  
 c)  $(2 + 3i)^2$       d)  $\frac{(2 + 3i)}{(3 - 4i)}$ .

4. a) Esitä summamuodossa kompleksiluvut  $z_1 = 4 \angle 180^\circ$  ja  $z_2 = 10 \angle 15^\circ$

b) Esitä kulmamuodossa kompleksiluvut  $z_3 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$  ja  $z_4 = -1 - i$ .

5. Olkoon  $z_1 = 8 \angle 60^\circ$ ,  $z_2 = 2 \angle 30^\circ$ . Laske seuraavat kompleksisten lausekkeiden arvot

- a)  $z_1 \cdot z_2$ ,      b)  $\frac{z_1}{z_2}$ ,      c)  $z_1 + z_2$ ,      d)  $z_2^3$ ,      d)  $z_1^{1/3}$ .

6. Olkoon  $A = \begin{pmatrix} (2+i) & 3 \\ 2 & (2-i) \end{pmatrix}$ .

a) Tarkista laskemalla tarvittavat matriisisitulot, että  $A^{-1} = \begin{pmatrix} -(2-i) & 3 \\ 2 & -(2+i) \end{pmatrix}$

b) Tämän tiedon avulla ratkaise yhtälöpari  $\begin{cases} (2+i)z_1 + 3z_2 = 1 \\ 2z_1 + (2-i)z_2 = i \end{cases}$

c) Tarkista yhtälöryhmän ratkaisu sijoittamalla ratkaisun mukaiset  $z_1$ :n ja  $z_2$ :n arvot yhtälöihin.

Kaavoja:

Jos  $z = x + yi = r \angle \varphi = re^{i\varphi}$ , niin

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi & r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ y &= r \sin \varphi & \tan \varphi &= \frac{y}{x} \end{aligned}$$

(Huom. Tarkista kulma  $\varphi$  piirroksella ja tarvittaessa lisää/vähennä  $180^\circ$  laskimen antamaan tulokseen.)

Jos  $z_1 = r_1 \angle \varphi_1$  ja  $z_2 = r_2 \angle \varphi_2$ , niin

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= r_1 r_2 \angle (\varphi_1 + \varphi_2) \\ \frac{z_1}{z_2} &= \frac{r_1}{r_2} \angle (\varphi_1 - \varphi_2) \\ z_1^n &= r_1^n \angle (n\varphi_1) \end{aligned}$$