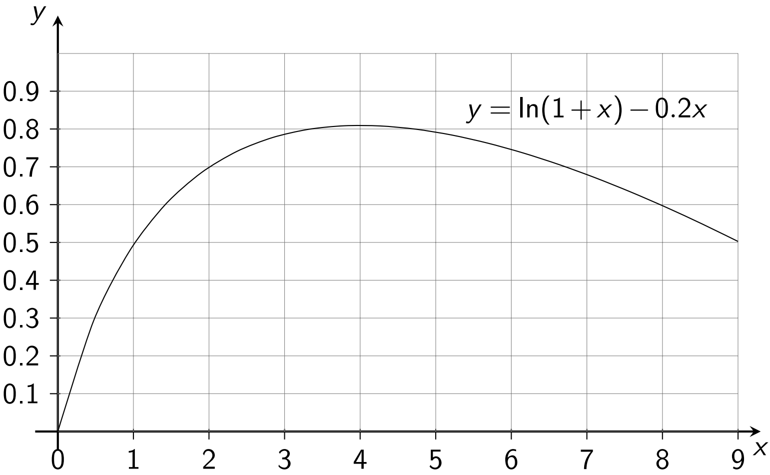
Ääriarvon etsintä Taylorin polynomilla

Ääriarvon etsintä Taylorin polynomilla

Tarkastellaan esimerkkinä funktiota

$$f(x) = \ln(1+x) - 0.2x$$



Muodostetaan funktion toisen kertaluvun Taylorin polynomi

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \ln(1+x) - 0.2x & \rightarrow \quad c_0 &= \ln(1+a) - 0.2a \\
f'(x) &= \frac{1}{1+x} - 0.2x & \rightarrow \quad c_1 &= \frac{1}{1+a} - 0.2 \\
f''(x) &= \frac{-1}{(1+x)^2} & \rightarrow \quad c_2 &= \frac{-1}{2(1+a)^2}
\end{aligned}
$$

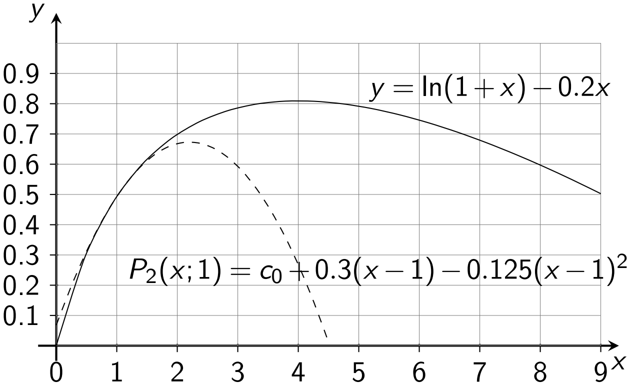
$$
\begin{aligned}
\Rightarrow f(x) &= \ln(1+x) - 0.2x \\
P_2(x;a) &= c_0 + c_1(x-a) + c_2(x-a)^2
\end{aligned}
$$

Polynomin maksimikohta on $x_{max} = a - \frac{c_1}{2c_2}$.

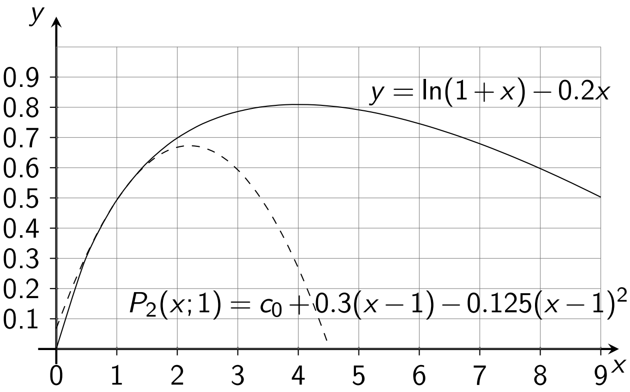
3

$a = 1$, $c_0 = \ln(1+a) - 0.2a = \ln 2 - 0.2$,
$c_1 = \frac{1}{1+a} - 0.2 = 0.3$, $c_2 = \frac{-1}{2(1+a)^2} = -0.125$

Allaolevaan kuvaan on piirretty funktion $f(x)$ kuvaaja ja sen toisen kertaluvun Taylorin polynomi kehityskeskuksena $a = 1$.

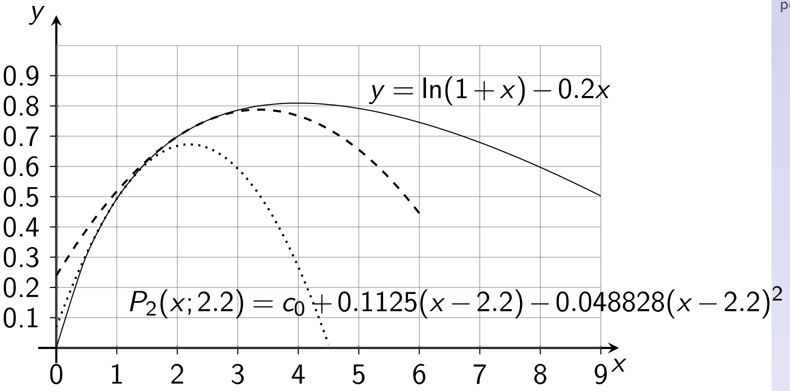


$a = 1, \quad c_0 = \ln(1 + a) - 0.2a = \ln 2 - 0.2,$
$c_1 = \frac{1}{1+a} - 0.2 = 0.3, \quad c_2 = \frac{-1}{2(1+a)^2} = -0.125$



Polynomin huippu on kohdassa (derivaatan nollakohta) $a_{uusi} = a - \frac{c_1}{2c_2} = 1 - \frac{0.3}{2\cdot(-0.125)} = 2.200$. Siirretään kehityskeskus tähän.

$a = 2.2, \quad c_0 = \ln(1+a) - 0.2a = \ln 3.2 - 0.44,$
$c_1 = \frac{1}{1+a} - 0.2 = \frac{1}{3.2} - 0.2 = 0.1125, \quad c_2 = \frac{-1}{2(1+a)^2} = \frac{-1}{2\cdot 3.2^2} = -0.048828$

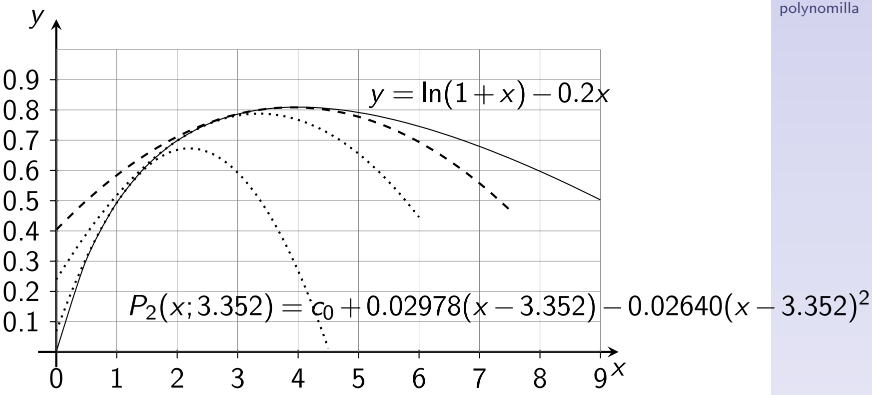


Polynomin huippu on kohdassa (derivaatan nollakohta) $a_{uusi} = a - \frac{c_1}{2c_2} = 2.2 - \frac{0.1125}{2\cdot(-0.048828)} = 3.352$. Siirretään kehityskeskus tähän.

6

$a = 3.352, \quad c_0 = \ln(1+a) - 0.2a = \ln 4.352 - 0.6704,$

$c_1 = \frac{1}{1+a} - 0.2 = \frac{1}{4.352} - 0.2 = 0{,}02978, \quad c_2 = \frac{-1}{2(1+a)^2} = \frac{-1}{2 \cdot 4.352^2} = -0.02640$



Polynomin huippu on kohdassa (derivaatan nollakohta) $a_{uusi} = a - \frac{c_1}{2c_2} = 3.352 - \frac{0.02978}{2 \cdot (-0.02640)} = 3.916$. Siirretään kehityskeskus tähän.

Sama Octavella

Edellä tehdyt laskut voidaan tiivistää hyvin lyhyeksi koodiksi (iteraatio.m):

```
a   = 0.00;
do
    c1  =  1/(1+a)  -  0.2;
    c2  =  -1/(2*(1+a)^2);
    a   =  a  -  c1/(2*c2)
until  abs(c1)<0.0001
```

Ohjelman output:

```
>> iteraatio
a  =   2.2000
a  =   3.3520
a  =   3.9160
a  =   3.9986
a  =   4.0000
>>
```