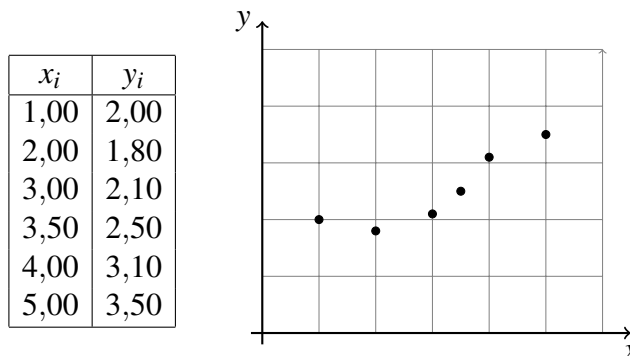


Matemaattinen Analyysi

6. harjoitus, viikko 16

R1	ma	16–18	D115	(13.4.)
R2	ke	12–14	B209	(15.4.)

1. Approksimoi toisen asteen polynomilla $P(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2$ oheisen taulukon mukaisia havaintoja. (Teorian löydät opetusmonisteen sivuilta 91-92.)



2. Mikä on seuraavien funktioiden homogeenisuuden aste

a) tehtävän 1 tuotantofunktio $z(K,L) = L^{3/8}K^{5/8}$,

b) $f(x,y) = x^2 + 3xy$,

c) $g(x,y,z) = x\sqrt{y} + 2\sqrt{xyz}$

(Teorian löydät opetusmonisteen sivuilta 99-100.)

3. Osoita majoranttiperiaatteella, että seuraava sarja suppenee. (Ohje: Majoranttiperiaate, lause 4.4.1 sivu 107. $0 \leq a_k = \frac{1}{2^{k+1}} < \frac{1}{2^k} = b_k$ ja sarja $\sum_{k=0}^{\infty} b_k$ suppenee.)

$$A = \sum_{k=0}^{\infty} a_k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2^k + 1)}$$

4. Suppenevatko seuraavat sarjat? (Ohje: Suhdetesti, lause 4.4.4 sivu 108.)

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{(k+1)2^k}$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{(k+1)2^k}$ c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^k}{(k+1)2^k}$

5. a-kohdan sarja suppenee. Selvitä onko sarjan summa positiivinen vai negatiivinen.

b-kohdan sarja ei suppene. Laske b-sarjan ensimmäisiä osasummia. Voiko hajaantumisen perustella Cauchyn yleisen suppenemiskriteerin avulla?

a) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k+1}{k^2}$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k}{k+1}$

6. Määritä seuraavien potenssisarjojen suppenemissäteet. Millä x :n arvoilla potenssisarjat supenevat? ($k! = k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdots 2 \cdot 1$)

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{2^k} (x-5)^k$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k!} (x-5)^k$