

**Matemaattinen Analyysi****8. harjoitus, viikko 18**

R1	ma	16–18	D115	(27.4.)
R2	ke	12–14	B209	(29.4.)

1. Määritä funktion  $y(x)$  MacLaurinin sarjan kertoimet, kun  $y(0) = 2$  ja

$$y'(x) = x(x - y(x)).$$

2. Ratkaise differentiaaliyhtälöiden yleiset ratkaisut

(a)  $y' + xy = 0$

(b)  $y' + xy = x^2$

3. Ratkaise  $xy' = x^2 - y$ , ( $x > 0$ ), kun  $y(1) = 0.5$ .

4. Luennolla käsiteltiin seuraavaa kulutustuotteen markkinoita kuvaavaa mallia:

Tuotteen hinta on  $p$  ja määrä varastossa on  $q$ . Tuotteen kysyntä on  $D = a_1 - b_1p$  ja tarjonta on  $S = -a_2 + b_2p$ . Varaston muutosnopeus on  $q' = S - D$ . Varastoja pyritään pitämään keskimäärin suunnitellun kokoisena  $q^e$  samoin hintaa pyritään ohjaamaan tavoitearvoonsa  $p^e$ . Hintaa ohjataan tätä varten niin, että

$$dp/dt = \alpha(q^e - q) + \beta(p^e - p).$$

Oletamme, että kaikke edellä esiintyneet vakiot  $a_1, b_1, a_2, b_2, q^e, p^e, \alpha, \beta$  ovat positiivisia. Luennolla tehdyn analyysin perusteella mallin tasapaino on stabiili ja tasapainohinta on

$$p_1(t) = \frac{a_1 + a_2}{b_1 + b_2}$$

(Ohje: Toisen kertaluvun vakiokertoimisen lineaarisen DY:n  $ay'' + by' + cy = d$  tasapainoratkaisu on stabiili, joss  $a > 0$ ,  $b > 0$  ja  $c > 0$ .)

Miten malli muuttuu ja miten mallin stabiilisuus muuttuu, jos asiakkaat lykkäävät ostojaan hinnan ollessa laskussa ja aientavat ostojaan hinnan ollessa nousussa. Mallinamme asian muuttamalla mallin kysynnän hintariippuvuuden seuraavan kaltaiseksi

$$D = a_1 - b_1p + c_1p',$$

missä  $c_1 > 0$ .

5. Ratkaise  $y'' + 5y' + 4y = x$ .

6. Ratkaise  $2y'' + 6y' - 8y = 160$ , kun  $y(0) = 9$  ja  $y'(0) = 2$