

2. välikoe ke 29.4.2015

Ratkaise kolme tehtävää! Kokeessa saa käyttää laskinta ja taulukkokirjaa.

Mukana saa olla laskin ja matemaattiset taulukot!

1. a) (2p) Mikä on Cauchyn kriteeri sarjan suppenemiselle?
b) (1p) Kirjoita seuraavan potenssisarjan viisi ensimmäistä termiä näkyviin

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2 + 1}{2^k} (x - 5)^k.$$

- c) (3p) Millä x :n arvoilla b-kohdan potenssisarja suppenee?

2. Muodosta Taylorin sarja (kehityskeskuksena $a = -1$) funktiolle

$$f(x) = \frac{1}{9-x}.$$

(Viisi termiä sarjassa riittää. Suppenemis-tarkastelua ei tehdä, joten k :nnen termin muotoa ei tarvitse pohtia, vaan numeroarvot kertoimille riittävät.)

3. Tutkitaan differentiaaliyhtälöä

$$xy' - 2y = 3x - 2.$$

- a) (1p) Mikä on DY:n kertaluku?
b) (1p) Onko DY lineaarinen?
c) (1p) Onko DY separoituva?
d) (3p) Ratkaise DY.

4. Ratkaise $y'' + 4y' + 3y = 12$, kun $y(0) = 6$, ja $y'(0) = 0$.

Kaavoja:

$$\frac{d}{dx}(f(x))^n = n(f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C$$

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k$$