

# Matemaattinen Analyysi

## 1. harjoitus, viikko 42

R1	ke	12-14	F104	(17.10.)
R2	ke	14-16	F104	(17.10.)

1. Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{ja} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Laske seuraavat matriisilaskut a)  $\mathbf{AB}$ , b)  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ , c)  $\mathbf{AA}^T$

d) b- ja c-kohdissa tulos on symmetrinen matriisi. Onko tämä sattumaa, vai löydätkö asialle selityksen?

2. a) Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ y + z = 0 \\ y + 2z = 4 \end{cases}$$

b) Kerroinkaavion  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  käänteismatriisi on  $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ .

Silloin yhtälöryhmän  $\mathbf{A}\vec{x} = \vec{b}$  ratkaisu  $\vec{x}$  saadaan matriisilaskulla  $\vec{x} = \mathbf{A}^{-1}\vec{b}$ . Nyt siis

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

. Tarkista, että matriisitulo antaa saman ratkaisun kuin a-kohdassa.

3. Piirrä vektorit ja laske niiden pituudet

a)  $\vec{a} = (3, 4)$

b)  $\vec{b} = (-2, 6)$

c)  $\vec{c} = (-10, 1)$

(Vihje:  $\|(u_x, u_y)\| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ )

4. Derivoi seuraavat funktiot

a)  $f(x) = 3x^2 - 4x + 7$ ,

a)  $g(x) = (x+1)(2x^3+1)$ ,

b)  $h(x) = e^{5x^2}$ .

5. Laske osittaisderivaata

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad \text{ja} \quad f_y = \frac{\partial f}{\partial y}$$

funktiolle

$$f(x, y) = 2xy^2 + 3xy + y(x + y).$$