

Matemaattinen Analyysi

7. harjoitus, viikko 48

| | | | | |
|----|----|-------|------|----------|
| R1 | ke | 12-14 | ???? | (28.11.) |
| R2 | ke | 14-16 | ???? | (28.11.) |

1. Määritä raja-arvot

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 10}{2n^2 + 1}$, b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10 + n}{10 - n}$, c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x}{x^3 + x}$

2. a) Määritä jonon (a_n) raja-arvo $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, kun $a_n = \frac{(n+1)!}{5n^2(n-1)!}$, $n = 1, 2, \dots$

b) Määritä jonon (b_n) raja-arvo $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$, kun $b_n = \frac{(n-1)}{n} \cdot (-1)^n$, $n = 1, 2, \dots$

c) Määritä jonon (c_n) raja-arvo $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$, kun $c_n = \sup\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, missä b_n on sama kuin b-kohdassa.

3. Osoita majoranttiperiaatteella, että sarja

$$A = \sum_{k=1}^{\infty} a_k = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2^k - 1)}$$

suppenee. (Ohje: Majoranttiperiaate, lause 4.4.1 sivu 107.)

4. Määritä seuraavien potenssisarjojen suppemissäteet ja suppenemisalueet.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)}{2^k} (x-2)^k$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k+1)^2}{2^k} (x-5)^k$ c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{k!} (x+1)^k$

(Ohje: Opetusmonisteen sivut 114-117.)

5. a) Laske sarjan

$$s = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{5^k + 1}$$

summa kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

b) Miten monta termiä on otettava mukaan osasummaan $s_N = \sum_{k=1}^N \frac{1}{5^k + 1}$, jotta osasumman arvo poikkeaisi sarjan summasta vähemmän kuin 0,000 000 1

(Ohje: $|s - s_N| < \sum_{i=N+1}^{\infty} a_i$, missä a_i on sopivan majorantti-sarjan termi.)