Nykyarvo ja investoinnit, L14

Kassavirran nykyarvo

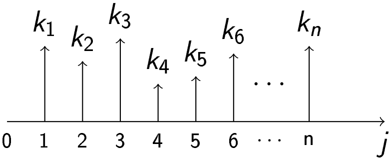
Vakiotulovirran nykyarvo

Osinkotulovirran nykyarvo

Projektin nettonykyarvo

Kassavirran nykyarvo 1

Tarkastellaan tulovirtaa, joka kestää n jakson ajana, ja jossa jakson j lopussa kassaan tulee tulo k_j.



Tulovirran nykyarvo saadaan diskonttaamalla jokainen tuloerä nykyhetkeen ja laskemalla näin saadut yksittäiset nykyarvot yhteen

$$NA = \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j}{(1+i)^j}$$

Tulovirran nykyarvo riippuu käytetystä laskentakorosta.

Esimerkki 1. Tarkastellaan kahta kassavirtaa, A ja B, joiden nettokassaerät ovat kuukausittain seuraavan taulukon mukaiset:

jakso	1	2	3	4	5	6	7	8
A	1000€	1000€	1000€	0	0	0	0	0
B	1000€	1000€	0	0	0	0	0	1050€

10% todellisella vuosikorolla tulovirtojen nykyarvot ovat

$$NA_A = \frac{1000€}{1.1^{1/12}} + \frac{1000€}{1.1^{2/12}} + \frac{1000€}{1.1^{3/12}} = 2952.78€$$

$$NA_B = \frac{1000€}{1.1^{1/12}} + \frac{1000€}{1.1^{2/12}} + \frac{1050€}{1.1^{8/12}} = 2961.69€$$

Aiheet
Kassavirran nykyarvo
Vakiotulovirran nykyarvo
Osinkotulovirran nykyarvo
Projektin nettonykyarvo

Jos laskentakorko nostetaan 15%:iin (tod. vuosikorko), niin nykyarvot muuttuvat:

jakso	1	2	3	4	5	6	7	8
A	1000€	1000€	1000€	0	0	0	0	0
B	1000€	1000€	0	0	0	0	0	1050€

15% todellisella vuosikorolla tulovirtojen nykyarvot ovat

$$NA_A = \frac{1000€}{1.15^{1/12}} + \frac{1000€}{1.15^{2/12}} + \frac{1000€}{1.15^{3/12}} = 2931.06€$$

$$NA_B = \frac{1000€}{1.15^{1/12}} + \frac{1000€}{1.15^{2/12}} + \frac{1050€}{1.15^{8/12}} = 2921.98€$$

Esimerkki 1 jatkuu

- Laskentakorko vaikuttaa nykyarvoon!
- Mitä isompi laskentakorko, sitä pienempi nykyarvo.
- Laskentakorolla on myös merkitystä eri kassavirtojen vertailussa.
- Kun $i_{tod} = 0.10$, niin B-kassavirta on arvokkaampi. Ero selittyy tietenkin sillä, että B:n kassakertymä on isompi.
- Kun $i_{tod} = 0.15$, niin A-kassavirta on arvokkaampi. Ero selittyy sillä, että B:n kolmas erä, joka saadaan 8:nnen jakson lopussa, pienenee diskonttauksessa enemmän kuin A:n kolmas erä, joka saadaan kolmannen jakson lopussa.

Mikä määrää laskentakoron?

Laskentakorko valitaan siten, että

- Laskentakorko kuvastaa pääoman kustannuksia.
  (1) Vieras pääoma: "Millä korolla on mahdollista saada lainaa?"
  (2) Oma pääoma: "Miten suuret korkotulot menetämme, jos käytämme omaa rahaa?"
- Laskentakorko kuvastaa toiminnalle asetettua tuottovaatimusta.
- Laskentakorko voi sisältää "riskipremion".

Esimerkki 1 Tarkastellaan vakiotulovirtaa, jossa kassaan tulee $n = 36$ kuukauden ajan $k = 800$€ joka jakson lopussa. Kuukausijaksoon liittyvä laskentakorkokanta on $i = 0.005$. Kassavirran nykyarvo on:

$$
\begin{aligned}
NA &= \sum_{j=1}^{n} \frac{k}{(1+i)^j} \\
&= \frac{k}{(1+i)} + \frac{k}{(1+i)^2} + \frac{k}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{k}{(1+i)^n} \\
&= \frac{k}{(1+i)} \cdot \frac{\left(1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right)}{\left(1 - \frac{1}{1+i}\right)} = \frac{k}{i} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right) \\
&= k \cdot \frac{((1+i)^n - 1)}{i \cdot (1+i)^n}
\end{aligned}
$$

Vakiotulovirran nykyarvo 7

Sijoitetaan arvot lausekkeeseen ($n = 36$, $k = 800€$, ja $i = 0.005$)

$$\begin{aligned} NA &= k \cdot \frac{((1+i)^n - 1)}{i \cdot (1+i)^n} \\ &= 800€ \cdot \frac{((1.005)^{36} - 1)}{0.005 \cdot (1.005)^{36}} = 26\,296.83€ \end{aligned}$$

Kun nykyarvoa verrataan kirjanpidolliseen kertymään $36 \cdot 800€ = 28\,800€$, niin huomataan nykyarvo pienemmäksi. Tämä ei ole tietenkään yllätys.

Esimerkki 2 Lasketaan edellinen esimerkki vielä uudelleen niin, että lähdemme liikkeelle todellisesta vuosikorosta. Olkoon $n = 36$ (kuukautta), $k = 800$€ (per kuukausi) ja $i_{tod} = 0.060$ (todellinen vuosikorko on 6.0%). Kassavirran nykyarvo on

$$
\begin{aligned}
NA &= k \cdot \frac{((1+i)^n - 1)}{i \cdot (1+i)^n} \\
&= k \cdot \frac{((1+i_{tod})^{n/12} - 1)}{\left[(1+i_{tod})^{1/12} - 1\right] \cdot (1+i_{tod})^{n/12}} \\
&= 800€ \cdot \frac{((1.06)^{36/12} - 1)}{[1.06^{1/12} - 1] \cdot (1.06)^{36/12}} = 26\,359.17€
\end{aligned}
$$

Esimerkki 3 Seuraavaksi tarkastelemme aluksi hieman keinotekoiselta tuntuvaa ongelmaa: ”Mikä on tulovirran 800€/kk nykyarvo, kun laskentakorko (kuukausijakso) on $i = 0.005$ ja tulovirta on päättymätön. Tulovirta siis jatkuu pitkään, $n \longrightarrow \infty$.

Suoraan edellisistä lausekkeista saamme

$$\begin{aligned} NA &= \frac{k}{(1+i)} + \frac{k}{(1+i)^2} + \frac{k}{(1+i)^3} + \dots \\ &= \lim_{n \to \infty} \frac{k}{i} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right) \\ &= \frac{k}{i} = \frac{800€}{0.005} = 160\,000€ \end{aligned}$$

Esimerkki 4 Apteekkari omistaa apteekin, josta hän laskee saavansa nettotuloa k€/jakso. Jaksoon liittyvä laskentakorkokanta on i. Apteekki on "hyvällä paikalla", eikä ole nähtävissä mitään syytä toiminnan loppumiselle. Omistajalleen apteekin arvo on edellisen perusteella k/i.

Apteekkari jää eläkkeelle m:nnen jakson lopussa ja myy silloin apteekkinsa hintaan k/i. Apteekkarin saaman tulovirran nykyarvo on nyt

$$
\begin{aligned}
NA &= \underbrace{\sum_{j=1}^{m} \frac{k}{(1+i)^j}}_{\text{tulovirta}} + \underbrace{\frac{k/i}{(1+i)^m}}_{\text{myyntitulo}} \\
&= \frac{k}{i}\left(1 - \frac{1}{(1+i)^m}\right) + \frac{k/i}{(1+i)^m} = \frac{k}{i}
\end{aligned}
$$

Aiheet
Kassavirran nykyarvo
Vakiotulovirran nykyarvo
Osinkotulovirran nykyarvo
Projektin nettonykyarvo

Tarkastellaan osaketta, joka antaa omistajalleen kerran vuodessa 16€ osinkotulon. Käytetään laskentakorkokantana 8% (p.a.). Jos seuraavaan osingonjakopäivään on t päivää, niin samalla periaatteella kuin edellä tulovirran nykyarvo on

$$NA_{ennen}(t) = \frac{16€}{1.08^{(t/365)}} + \frac{16€}{1.08^{(t/365+1)}} + \frac{16€}{1.08^{(t/365+2)}} + \dots$$

$$= \frac{1}{1.08^{t/365}} \Big(16€ + \underbrace{\frac{16€}{1.08^1} + \frac{16€}{1.08^2} + \dots}_{=k/i=200€} \Big) = \frac{216€}{1.08^{t/365}}$$

Osingonjakopäivänä, osingon jaon jälkeen

$$NA(0) = \frac{16€}{1.08^1} + \frac{16€}{1.08^2} + \frac{16€}{1.08^3} + \dots = \frac{k}{i} = 200€$$

m päivää osingon jaon jälkeen olemme taas tilanteessa, jossa seuraava osinko tulee $(365 - m)$ päivän kuluttua, joten

$$NA_{jalkeen}(m) = NA_{ennen}(365 - m) = \frac{216€}{1.08^{(365-m)/365}}$$

Kootaan seuraavaksi tulokset taulukkoon, joka kertoo osakkeen (fundamentaalin) hinnan kehityksen lähellä osingonjakopäivää.

t	pvm	NA_t	osinko	tuotto
5	-5	215.77		
4	-4	215.82		0.000210874
3	-3	215.86		0.000210874
2	-2	215.91		0.000210874
1	-1	215.95		0.000210874
0	0	200.00	16.00	
364	1	200.04		0.000210874
363	2	200.08		0.000210874
362	3	200.13		0.000210874
361	4	200.17		0.000210874
360	5	200.21		0.000210874

Osingonjako-päivänä osakkeen kurssi siis putoaa osingon verran. Pudotuksen jälkeen hinta alkaa nousta niin, että päivätuotto on vakio

Päivätuotto on

$$r_j = \frac{NA_j - NA_{j-1}}{NA_{j-1}} = 0.000210874$$

Osingonjakopäivänä tuotto lasketaan kaavalla

$$r_0 = \frac{(NA_0 + osinko) - NA_{-1}}{NA_{-1}} = \frac{200 + 16}{215.96} = 0.000210874$$

Päivätuottoon liittyvä vuosituotto on

$$(1 + r)^{365} - 1 = 1.000210874^{365} - 1 = 0.0800$$

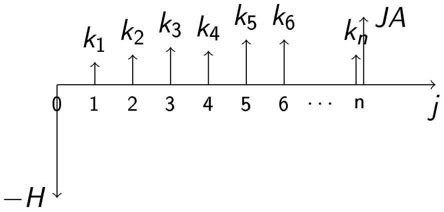
Tyypillisen projektin nettokassavirta sisältää kolme osaa:

- **Perusinvestointi $-H$ hetkellä $t = 0$.**
  Tyypillinen perusinvestointi syntyy siitä, että yrittäjä hankkii projektissa tarvittavat koneet, laitteet ja luvat. Myös rekrytointi voi aiheuttaa perusinvestointiin kuuluvia kustannuksia.
- **Nettokassavirta k_t jaksojen $t = 1, 2, \ldots, n$ lopussa.**
  Kassavirtaerä k_t realisoituu siis jakson t lopussa. Jos tämä tuntuu väärältä tulkinnalta, niin sitten siirrymme lyhyempiin jaksoihin. n on investoinnin pitoaika jaksoissa.
- **Jäännösarvo JA joka saadaan jakson n lopussa.**
  Jäännösarvo tyypillisesti syntyy siitä, kun projektin lopuksi käytetyt koneet myydään. Jäännösarvo voi olla myös negatiivinen.

Projektin nettonykyarvo

Aiheet
Kassavirran nykyarvo
Vakiotulovirran nykyarvo
Osinkotulovirran nykyarvo
Projektin nettonykyarvo

Kuvana



$$NNA = -H + \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j}{(1+i)^j} + \frac{JA}{(1+i)^n}$$

Suomeksi: NNA = NettoNykyArvo
Englanniksi : NPV = Net Present Value

Jos projektin $NNA > 0€$, niin sanomme, että projekti on kannattava käytetyllä laskentakorolla.

Esimerkki 1. Tarkastellaan projektia, jonka perusinvestointi on $-H = -20\,000€$. Projekti tuottaa kaksi vuotta kestävän vakiokassavirran $1\,000€/\text{kk}$. Jäännösarvo on $JA = 0€$. Käytetään laskelmassa laskentakorkoa 10% (p.a.)

$$
\begin{aligned}
NNA &= -H + \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j}{(1+i)^j} \\
&= -20\,000€ + 1000€ \cdot \frac{(1.10^{24/12} - 1)}{(1.10^{1/12} - 1) \cdot 1.10^{24/12}} \\
&= -20\,000€ + 21\,764.57€ = 1\,764.57€ > 0€
\end{aligned}
$$

	A	B	C	D
1			1+i_tod =	1,10
2			1+i =	1,00797414
3			i =	0,00797414
4	0	-20000	NPV=	1 764,57 €
5	1	1000		
6	2	1000		
7	3	1000		
8	4	1000		
9	5	1000		
10	6	1000		
11	7	1000		
12	8	1000		
13	9	1000		
14	10	1000		
15	11	1000		
16	12	1000		
17	13	1000		
18	14	1000		
19	15	1000		
20	16	1000		
21	17	1000		
22	18	1000		
23	19	1000		
24	20	1000		
25	21	1000		
26	22	1000		
27	23	1000		
28	24	1000		

Excelin kaavat

solu D2:

$\boxed{= \text{D1}\,\hat{}\,(1/12)}$

solu D3:

$\boxed{= \text{D2}-1}$

solu D4:

$\boxed{= \text{B4} + \text{NPV}(\text{D3};\text{B5}:\text{B28})}$

Laskentakorko 10% merkitsee nyt tuottovaatimusta. Kun tulkitsemme edellä saatua tulosta, vertaamme projektia finanssitalletukseen, joka antaa talletetulle pääomalle 10% koron (p.a.).

Nykyarvolausekkeen

$$NNA = -H + \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j}{(1+i)^j} = -20\,000€ + 21\,764.57€$$

kassavirtaosa 21 764.57€kertoo miten suuren talletuksen joudumme tekemään, jos haluamme nostaa finanssitalletuksen korkoineen erinä $(k_1, k_2, k_3, \ldots, k_{24})$.

Esimerkki 1 jatkuu

Voimme siis sanoa, että edellä kuvattu finanssitalletus tuottaa saman kassavirran kuin projekti.

Ero on siinä, että projekti synnytti saman kassavirran pienemmällä alkupanoksella, joten se maksaa korkoa alkupanokselle "paremmin kuin 10% korolla (p.a.)".

Jos $NNA = 0$, niin projektin kyky maksaa korkoa alkupanokselle on yhtäsuuri kuin laskentakorko.