

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Tuoteryhmän volyymi-indeksi

Indeksikaavat

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyymi-indeksi

Indeksikaavat

Lukujoukon $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ aritmeettinen keskiarvo lasketaan kaavalla

$$a_{aka} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_j.$$

Lukujoukon $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ geometrinen keskiarvo, eli keskiverto, lasketaan kaavalla

$$a_{gka} = (a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n)^{1/n} = \left(\prod_{j=1}^n a_j \right)^{1/n}.$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyymi-indeksi

Indeksikaavat

Olkoon p_t tuotteen hinta vuonna t .

Perusvuonna $t = t_0$ indeksi saa arvon $X_{t_0} = 100$.

Vertailuvuonna $t \neq t_0$ indeksi saa arvon

$$X_t = \frac{p_t}{p_{t_0}} \cdot 100.$$

Jos $X_t > 100$, niin vertailuvuoden hinta on korkeampi kuin perusvuonna.

Jos $X_t < 100$, niin vertailuvuoden hinta on alempi kuin perusvuonna.

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

Seuraavassa taulukossa on tuotteen hintoja usean vuoden ajalta.

vuosi t	hinta p_t	indeksi $X_t = \frac{p_t}{p_{t_0}} \cdot 100$	vuosi- kasvu $g_t \cdot 100\%$	kasvu- tekijä $r_t = 1 + g_t$
2000	16,00	100,0		
2001	20,00	125,0	25,00%	1,2500
2002	26,00	162,5	30,00%	1,3000
2003	30,00	187,5	15,38%	1,1538
2004	36,00	225,0	20,00%	1,2000
2005	41,00	256,3	13,89%	1,1389
2006	45,00	281,3	9,76%	1,0976
2007	50,00	312,5	11,11%	1,1111
2008	52,00	325,0	4,00%	1,0400
2009	52,50	328,1	0,96%	1,0096
2010	54,00	337,5	2,86%	1,0286

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

vuosi t	hinta p_t	indeksi X_t	vuosi- kasvu $g_t \cdot 100\%$	kasvu- tekijä $r_t = 1 + g_t$
2003	30,00	187,5		
2004	36,00	225,0	20,00%	1,2000

$$r_{2004} = \frac{p_{2004}}{p_{2003}} = \frac{36,00}{30,00} = 1,20$$

$$g_{2004} = \frac{p_{2004}}{p_{2003}} - 1 = 0,20$$

Kasvutekijä voidaan yhtä hyvin laskea indeksin perusteella

$$r_{2004} = \frac{X_{2004}}{X_{2003}} = \frac{225,0}{187,5} = 1,20$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

Useamman vuoden aikana toteutunutta hinnan keskimääräistä kasvuvauhtia eli inflaatiota voidaan kuvata vuosikasvu-prosenttien keskiarvolla (arithmetic mean)

$$g_{aka} \cdot 100\% = \frac{1}{10} \sum_{t=2001}^{2010} g_t \cdot 100\% = 13,3\%,$$

tai kasvutekijöiden keskiarvolla (arithmetic mean)

$$r_{aka} = \frac{1}{10} \sum_{t=2001}^{2010} r_t = 1,133,$$

tai kasvutekijöiden keskiverrolla (geometric mean)

$$r_{gka} = (r_{2001} \cdot r_{2002} \cdots r_{2010})^{1/10} = 1,129.$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

Kasvutekijöiden keskiverto on käsitteenä yksinkertaisempi koska se voidaan laskea kahdesta hinnasta, perusvuoden ja vertailuvuoden hinnoista (tai indekseistä).

$$\begin{aligned}
 r_{gka} &= (r_{2001} \cdot r_{2002} \cdots r_{2009} \cdot r_{2010})^{1/10} \\
 &= \left(\frac{p_{2001}}{p_{2000}} \cdot \frac{p_{2002}}{p_{2001}} \cdots \frac{p_{2009}}{p_{2008}} \cdot \frac{p_{2010}}{p_{2009}} \right)^{1/10} = \left(\frac{p_{2010}}{p_{2000}} \right)^{1/10} \\
 &= \left(\frac{X_{2010}}{X_{2000}} \right)^{1/10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_{aka} &= \frac{1}{10} (\rho_{2001} + \rho_{2002} + \cdots + \rho_{2010}) \\
 &= \frac{1}{10} (\ln(r_{2001}) + \ln(r_{2002}) + \cdots + \ln(r_{2010})) \\
 &= \ln \{ (r_{2001} \cdot r_{2002} \cdots r_{2010})^{1/10} \} = \ln r_{gka}
 \end{aligned}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Tuoteryhmän volyymi-indeksi

Indeksikaavat

Jos yrityksen (tai kansalaisen) käytössään oleva varallisuus kasvaa keskimääräisellä kasvutekijällä

$$r_{gka} = r = 1 + i,$$

niin sanomme että r ja i kuvaavat nimelliskorkoa. Varallisuus (pääoma) vuonna t saadaan kaavasta

$$K_t = K_{t_0}(1 + i)^{t-t_0}$$

i = nimelliskorkokanta

Hintatason keskimääräistä kasvuvauhtia kuvaa inflaatiokorkokanta g . Hintataso p_t vuonna t on

$$p_t = p_{t_0}(1 + g)^{t-t_0}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

Pääoman ostovoima vuonna t on

$$Q_t = \frac{K_t}{p_t} = \frac{K_0(1+i)^{t-t_0}}{p_0(1+g)^{t-t_0}} = Q_0 \cdot \left(\frac{1+i}{1+g} \right)^{t-t_0}$$

Pääoman ostovoiman kasvua kuvaa reaalikorko.

Reaalikorkotekijä r^* ja reaalikorkokanta i^* ovat edellisen perusteella

$$r^* = \frac{1+i}{1+g}$$

$$i^* = \frac{1+i}{1+g} - 1 = \frac{1+i}{1+g} - \frac{1+g}{1+g} = \frac{i-g}{1+g}$$

Jos inflaatio ei ole korkea (eli on g pieni), niin

$$i^* \approx i - g$$

$\Leftrightarrow$ reaalikorko $\approx$ nimelliskorko $-$ inflaatiokorko.

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Tuoteryhmän volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

Pääoman K_t vuoteen t_1 deflatoitu arvo
= se rahamäärä, jolla vuonna t_1 sai ostettu yhtä monta
tuotetta kuin rahamäärällä K_t saa ostettua vuonna t

$$= K_t \cdot \frac{p_{t_1}}{p_t} = K_t \cdot \frac{X_{t_1}}{X_t}.$$

Erityisesti pääoman K_t perusvuoteen t_0 deflatoitu arvo on

$$K_t \cdot \frac{p_{t_0}}{p_t} = K_t \cdot \frac{100}{X_t}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvoYhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvoTuoteryhmän
hintaindeksiTuoteryhmän
volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

Tarkastellaan seuraavien kolmen tuotteen hintoja perusvuonna $t_0 = 2000$ ja vertailuvuonna $t = 2010$.

tuote k	2000		2010		paino
	p_{t_0}	q_{t_0}	p_t	q_t	
1	2,00	10	5,00	100	w_1
2	5,00	20	6,00	18	w_2
3	20,00	50	15,00	50	w_3

Kun laskemme tuoteryhmän hintaindeksin, niin annamme yleensä joillekin tuotteille muita suuremman painon.

$$P_{t_0 t} = \frac{\left(\frac{w_1 p_{1t} + w_2 p_{2t} + w_3 p_{3t}}{w_1 + w_2 + w_3} \right)}{\left(\frac{w_1 p_{1t_0} + w_2 p_{2t_0} + w_3 p_{3t_0}}{w_1 + w_2 + w_3} \right)} \cdot 100 = \frac{\sum_{k=1}^3 w_k p_{kt}}{\sum_{k=1}^3 w_k p_{kt_0}} \cdot 100$$

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Tuoteryhmän volyymi-indeksi

Indeksikaavat

Jos annamme ensimmäiselle tuotteelle kaksinkertaisen painon muihin nähden, niin indeksi on

$$P_{tot} = \frac{2 \cdot 5,00 + 1 \cdot 6,00 + 1 \cdot 15,00}{2 \cdot 2,00 + 1 \cdot 5,00 + 1 \cdot 20,00} \cdot 100 = 106,9$$

Jos annamme kolmannelle tuotteelle kaksinkertaisen painon muihin nähden, niin indeksi on

$$P_{tot} = \frac{1 \cdot 5,00 + 1 \cdot 6,00 + 2 \cdot 15,00}{1 \cdot 2,00 + 1 \cdot 5,00 + 2 \cdot 20,00} \cdot 100 = 87,2$$

PAINOJEN VALINNALLA ON MERKITYSTÄ!

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyymi-indeksi

Indeksikaavat

Laspeyresin hintaindeksi käyttää painoina perusvuoden määriä

$$P_{t_0,t}^L = \frac{\sum_{k=1}^n q_{kt_0} p_{kt}}{\sum_{k=1}^n q_{kt_0} p_{kt_0}}$$

Paaschenin hintaindeksi käyttää painoina vertailuvuoden määriä

$$P_{t_0,t}^P = \frac{\sum_{k=1}^n q_{kt} p_{kt}}{\sum_{k=1}^n q_{kt} p_{kt_0}}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyymi-indeksi

Indeksikaavat

Esimerkki

tuote k	2000		2010		paino
	p_{t_0}	q_{t_0}	p_t	q_t	
1	2,00	10	5,00	100	w_1
2	5,00	20	6,00	18	w_2
3	20,00	50	15,00	50	w_3

$$\begin{aligned}
 P_{t_0, t}^L &= \frac{\sum_{k=1}^n q_{kt_0} p_{kt}}{\sum_{k=1}^n q_{kt_0} p_{kt_0}} \cdot 100 = \frac{10 \cdot 5 + 20 \cdot 6 + 50 \cdot 15}{10 \cdot 2 + 20 \cdot 5 + 50 \cdot 20} \cdot 100 \\
 &= 82,1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{t_0, t}^P &= \frac{\sum_{k=1}^n q_{kt} p_{kt}}{\sum_{k=1}^n q_{kt} p_{kt_0}} \cdot 100 = \frac{100 \cdot 5 + 18 \cdot 6 + 50 \cdot 15}{100 \cdot 2 + 18 \cdot 5 + 50 \cdot 20} \cdot 100 \\
 &= 105,3
 \end{aligned}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvoYhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvoTuoteryhmän
hintaindeksiTuoteryhmän
volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

Joskus Laspeyresin indeksi painottaa liikaa vanhoja tuotteita ja Paascenin indeksi painottaa liikaa uusia tuotteita. Silloin voidaan käyttää Fisherin indeksiä, joka on Laspeyresin ja Paaschenin indeksien keskiverto

$$P_{t_0, t}^F = \sqrt{P_{t_0, t}^L \cdot P_{t_0, t}^P} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n q_{kt_0} p_{kt}}{\sum_{k=1}^n q_{kt_0} p_{kt_0}} \cdot \frac{\sum_{k=1}^n q_{kt} p_{kt}}{\sum_{k=1}^n q_{kt} p_{kt_0}}} \cdot 100$$

esimerkki Edellä

$$P_{t_0, t}^F = \sqrt{82,1 \cdot 105,3} = 93,0$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Tuoteryhmän
volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

Volyymi-indeksi mittaa muutoksia tuotekorin määrissä.

Yleisesti: $Q_{t_0,t} = (\sum_{k=1}^n w_k q_{kt}) / (\sum_{k=1}^n w_k q_{kt_0}) \cdot 100$

Laspeyresin volyymi-indeksi käyttää painoina perusvuoden hintoja

$$Q_{t_0,t}^L = \frac{\sum_{k=1}^n p_{kt_0} q_{kt}}{\sum_{k=1}^n p_{kt_0} q_{kt_0}} \cdot 100$$

Paaschenin volyymi-indeksi käyttää painoina vertailuvuoden hintoja

$$Q_{t_0,t}^P = \frac{\sum_{k=1}^n p_{kt} q_{kt}}{\sum_{k=1}^n p_{kt} q_{kt_0}} \cdot 100$$

Fisher, kuten edellä

$$Q_{t_0,t}^F = \sqrt{Q_{t_0,t}^L \cdot Q_{t_0,t}^P}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Tuoteryhmän volyymi-indeksi

Indeksikaavat

Esimerkki

tuote k	2000		2010		paino
	p_{t_0}	q_{t_0}	p_t	q_t	
1	2,00	10	5,00	100	w_1
2	5,00	20	6,00	18	w_2
3	20,00	50	15,00	50	w_3

$$\begin{aligned}
 Q_{t_0,t}^L &= \frac{\sum_{k=1}^n p_{kt_0} q_{kt}}{\sum_{k=1}^n p_{kt_0} q_{kt_0}} \cdot 100 = \frac{2 \cdot 100 + 5 \cdot 18 + 20 \cdot 50}{2 \cdot 10 + 5 \cdot 20 + 20 \cdot 50} \cdot 100 \\
 &= 115,2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{t_0,t}^P &= \frac{\sum_{k=1}^n p_{kt} q_{kt}}{\sum_{k=1}^n p_{kt} q_{kt_0}} \cdot 100 = \frac{5 \cdot 100 + 6 \cdot 18 + 15 \cdot 50}{5 \cdot 10 + 6 \cdot 20 + 15 \cdot 50} \cdot 100 \\
 &= 147,6
 \end{aligned}$$

$$Q_{t_0,t}^F = \sqrt{115,2 \cdot 147,6} = 130,4$$

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Tuoteryhmän volyyymi-indeksi

Indeksikaavat

Laspeyres

$$P_{t_0,t}^L = \frac{\sum q_{t_0} p_t}{\sum q_{t_0} p_{t_0}} \cdot 100$$

Paaschen

$$P_{t_0,t}^P = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_t p_{t_0}} \cdot 100$$

Laspeyres

$$Q_{t_0,t}^L = \frac{\sum p_{t_0} q_t}{\sum p_{t_0} q_{t_0}} \cdot 100$$

Paaschen

$$Q_{t_0,t}^P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_{t_0}} \cdot 100$$

Fisher

$$P_{t_0,t}^F = \sqrt{P_{t_0,t}^L \cdot P_{t_0,t}^P}$$

Fisher

$$Q_{t_0,t}^F = \sqrt{Q_{t_0,t}^L \cdot Q_{t_0,t}^P}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvoYhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvoTuoteryhmän
hintaindeksiTuoteryhmän
volyyymi-indeksi

Indeksikaavat