

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

Opettaja: Matti Laaksonen

### 1. välikoe keskiviikkona 15.11.2017

**Ratkaise 3 tehtävää.** Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

**Huomautus kokeen valvojille.** Tähän kokeeseen tulee korkeintaan 16 opiskelijaa. Pyydän, että kaikki paikalle saapuvat otetaan kokeeseen mukaan. *Matti Laaksonen*

1. a) (2p) Yrittäjä saa 2 500€ tulon 10 kuukauden kuluttua. Laske tulon nykyarvo, kun laskentakorko on 5,00% p.a. (per annum)  
 b) (2p) Miten laskentakorko valitaan?  
 c) (2p) Mikä seuraavista kassavirroista on arvokkain, kun laskentakorko on 5,00% (todellinen vuosikorko) (Jokainen taulukossa mainittu kuukausi-tulo tulee kuukauden lopussa.)

|            | nyt | kuukausijaksot |     |     |     |
|------------|-----|----------------|-----|-----|-----|
| kassavirta | 0   | 1              | 2   | 3   | 4   |
| A          | 200 | 50             | 50  | 0   | 100 |
| B          | 100 | 100            | 100 | 100 | 0   |
| C          | 100 | 200            | 0   | 0   | 100 |

① a)  $1+i_{kk} = 1,05^{1/12} \rightarrow (1+i)^{10} = 1,05^{10/12}$

nykyarvo =  $\frac{2500€}{(1+i)^{10}} = \frac{2500€}{1,05^{10/12}} = 2400,39€$

- b) Laskija valitsee käyttämänsä laskentakoron  
 - yleensä laskentakorko on lähellä "pääoman kustannusta" eli lainakorkoa  
 - laskentakorkoon lisätään usein "riskipremio" joka on sitä isompi mitä enemmän sijoituksen arvellaan nautuvan riskin

c)  $A = 200 + \frac{50}{1,05^{1/12}} + \frac{50}{1,05^{2/12}} + \frac{100}{1,05^{4/12}} = \underline{397,78}$   
 paras

$B = 100 + \frac{100}{1,05^{1/12}} + \frac{100}{1,05^{2/12}} + \frac{100}{1,05^{3/12}} = 397,57$

$C = 100 + \frac{200}{1,05^{1/12}} + \frac{100}{1,05^{4/12}} = 397,58$

Vastaus: a) 2400,39€ b) ↑ c) A

2. a) (2p) Mikä on kuukausijakson korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 4.32%?

b) (2p) Mikä on todellinen vuosikorko, jos kuukausijakson korkokanta on 0,0030546735?

c) (2p) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun laina-aika on 15 kuukautta, lainan määrä on 12 000€, laina hoidetaan kuukausittain ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 4.32%.

$$a) \quad (1+i)^{12} = 1,0432 \\ \Rightarrow \quad i = 1,0432^{1/12} - 1 = \underline{0,00353062738}$$

$$b) \quad 1+i_{\text{tod}} = 1,0030546735^{12} = 1,037278238 \\ \rightarrow \quad \underline{\text{tod. vuosikorko on } 3,73\%}$$

$$c) \quad K = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot K_0 \\ = \frac{[1,0432^{1/12} - 1] 1,0432^{15/12}}{(1,0432^{15/12} - 1)} \cdot 12\,000 \text{ €} \\ = 822,78 \text{ €}$$

$$\left( \text{Totk} \quad 15 \cdot 822,78 \text{ €} = 12\,341,70 \text{ €} \quad \text{OK} \right)$$

$$\underline{\text{Vastaus: } a) \quad 0,00353062738}$$

$$\underline{b) \quad 3,73\%}$$

$$\underline{c) \quad 822,78 \text{ €}}$$

3. Yritys valmistaa  $q$  tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on  $p = 140 - 0,01q$  ja vastaava kustannusfunktio on  $MC(q) = 0,02q^2 + 20q + FC$  ja kiinteät kustannukset ovat  $FC = 50000$ .

a) (2p) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?

b) (2p) Mikä on maksimivoitto?

c) (2p) Miten a- ja b-kohtien vastaukset muuttuvat, jos kiinteät kustannukset kasvavat 50%?

a, tuotto  $R(q) = p \cdot q = (140 - 0,01q) \cdot q$   
 $= 140q - 0,01q^2$

raja tuotto  $MR(q) = 140 - 0,02q$

kustannusf.  $C(q) = 0,02q^2 + 20q + 50000$

rajakust  $MC(q) = 0,04q + 20$

Voitto suurin, kun

$$MC = MR$$

$$0,04q + 20 = 140 - 0,02q$$

$$0,06q = 120$$

$$| : 0,06$$

$$\underline{\underline{q = 2000}}$$

b, Maksimivoitto on

$$\begin{aligned} R(2000) - C(2000) &= 140 \cdot 2000 - 0,01 \cdot 2000^2 \\ &\quad - 0,02 \cdot 2000^2 - 20 \cdot 2000 - 50000 \\ &= -0,03 \cdot 2000^2 + 120 \cdot 2000 - 50000 \\ &= \underline{\underline{70000}} \end{aligned}$$

c)  $MR$  ja  $MC$  eivät muutu

→ optimaalinen tuotannon määrä on edelleen 2000

→ a)-kohdan vastaus ei muutu

$R(2000)$  ei muutu,  $C(200)$  kasvaa 25000 €:llä

→  $P(2000) = R(2000) - C(2000)$

pienenee 25000 €:llä

→ b)-kohdan vastaus pienenee  
25000 €:llä

Vastaus: a)  $q = 2000$  b) 70000 c) a: ei muutu  
b: pienenee 25000 €:llä

4. a) (3p) Määrittele lyhyesti sanallisesti y:n jousto x:n suhteen. (Kerro sanallisesti miten jousto lasketaan.)

b) (3p) Tuotteen hinta on nyt 20.00€ ja kysyntä 9 500 tuotetta kuukaudessa. Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen hintaa nostetaan 0.80 eurolla, ja tuotteen kysynnän hintajousto on -2,25?

a) y:n jousto x:n suhteen on  
y:n % -muutos jatkuvasti x:n  
% -muutokseen.

$$\begin{aligned} p &= 20,00 \text{ €} \\ \Delta p &= +0,80 \text{ €} \\ q &= 9500 \text{ kpl/kk} \\ \Delta q &= x \\ \text{jousto} &= -2,25 \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \text{jousto}}$$

$$\rightarrow \frac{x}{+0,80 \text{ €}} \cdot \frac{20,00 \text{ €}}{9500 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}} = -2,25$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2,25 \cdot 0,80 \cdot 9500 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}}{20,00} = 855 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}$$

Vastaus kysyntä pienenee 855  $\frac{\text{kpl}}{\text{kk}}$

( Uusi kysyntä on 8645  $\frac{\text{kpl}}{\text{kk}}$   
Kysyntä laskee 9% )