ETELÄ-POHJANMAAN OPISTO

syksy 2017

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

Opettaja: Matti Laaksonen

2. välikoe keskiviikkona 13.12.2017

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

1. Laske integraalit

$$\text{a)}1 \quad \int (2x^3 - 6x + 5)dx, \qquad \text{b)} \quad \int_1^3 (4 + 2x - 6x^2)dx$$

2. Ratkaise LP-malli

$$\begin{array}{lrcrcr} \max z = & x_1 & + & 4x_2 & & \\ \text{ehdoin} & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 14 \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 10 \\ & x_1 & & & \geq & 2 \\ & & & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

3. a) (3p) Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ \quad\;\; y - z = -2 \\ 2x - 5y + z = 4 \end{cases}$$

b) (3p) Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ \quad\;\; y - z = -2 \end{cases}$$

4. Olkoon

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Laske a) (2p) $\det(\boldsymbol{M})$, b) (1p) $\boldsymbol{Q}^T\boldsymbol{M}$, c) (2p) $\boldsymbol{M}^{-1}$,
d) (1p) kirjoita yhtälöryhmänä $\boldsymbol{Q}\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 16 \end{pmatrix}^T$

5. a) (2p) Panos-tuotos -analyysi (Mihin kehitetty? Mitä sillä lasketaan? Minkä hitaaseen muuttumiseen menetelmä perustuu?)
b) (2p) Cramerin kaavat? (Milloin niitä voi käyttää? Milloin niitä kannattaa käyttää?)
c) (2p) Miksi Laspeyresin ja Paaschenin tuoteryhmän hintaindeksit saattavat samalla aineistolla erota toisistaan merkittävästi?

Korkolasku:

$$K_t = (1+it)K_0 = (1+\frac{p}{100}t)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

$$K_t = (1+i)^t K_0, \text{ kun } t = 1,2,3,\dots$$

$$K_t = (1+i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1+i) = e^{\rho}$$

Jaksolliset suoritukset

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \qquad a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}, \qquad c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i} K_0$$

$$\text{osamaksuerä } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^{n} (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \qquad \sum_{k=1}^{n} a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

Matriisikaavoja $(n \times n)$ neliöatriisille $\mathbf{A} = (a_{ij})$

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{i+k} a_{ik} \det(\mathbf{A}_{ik}) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+j} a_{kj} \det(\mathbf{A}_{kj})$$

missä $\det(\mathbf{A}_{rs})$ on alkioon a_{rs} liittyvä minori

$$\operatorname{adj}(\mathbf{A}) = (\alpha_{ij})$$

missä $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{ji})$ on alkioon a_{ji} liittyvä kofaktori

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \operatorname{adj}(\mathbf{A})$$

Cramerin kaavat:

$$x_j = D_j / D$$

Indeksejä

Laspeyres
$$P^L_{t_0;t} = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \qquad Q^L_{t_0;t} = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t_0;i}} \cdot 100$$

Paaschen
$$P^P_{t_0;t} = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t;i}} \cdot 100, \qquad Q^P_{t_0;t} = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t;i}} \cdot 100$$

Determinantit

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = +a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$