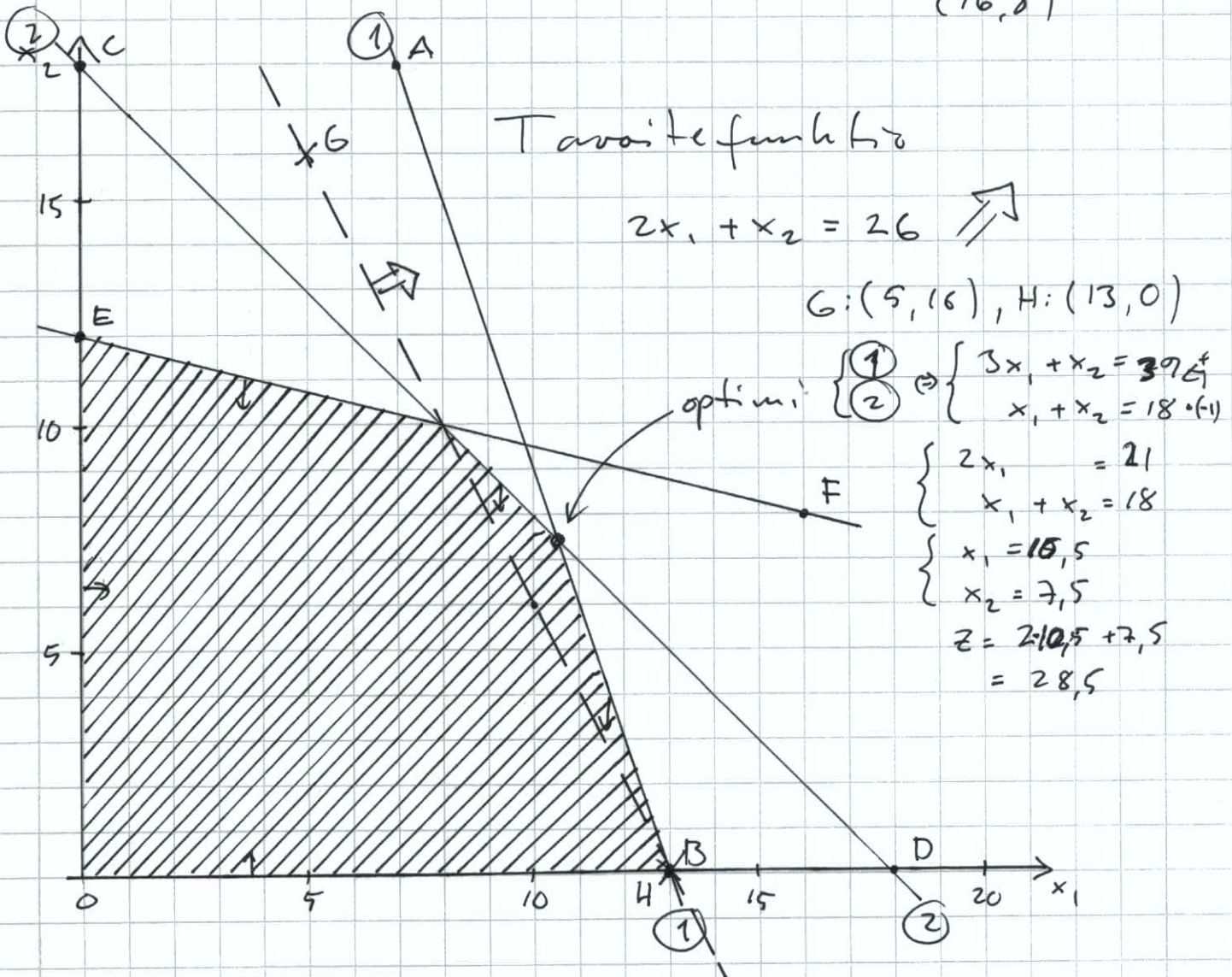


Esimerkkejä LP-malleista

1. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 3x_1 + x_2 &\leq 39 \\ x_1 + x_2 &\leq 18 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 48 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

1. rajoite $3x_1 + x_2 \leq 39 \downarrow$ A: ~~(0, 39)~~ ^(7, 18) B: (13, 0)
 2. rajoite $x_1 + x_2 \leq 18 \downarrow$ C: (0, 18) D: ~~(18, 0)~~ (18, 0)
 3. rajoite $x_1 + 4x_2 \leq 48 \downarrow$ E: (0, 12) F: ~~(48, 0)~~ ^(16, 8)



Vastaus optimissa $x_1 = 10,5, x_2 = 7,5$ ja $z = 28,5$

2. Pienyritys valmistaa kahta tuotetta 1 ja 2, ja myy kaiken valmistamansa. Kumpaakin tuotetta käsitellään kolmella osastolla seuraavan taulukon mukaisesti.

tuote	tuotantoaika (tuntia)		
	os. A	os. B	os. C
1	4	2	8
2	4	4	4

Kullakin osastolla käytettävissä oleva työvoima on rajallinen siten, että työtunteja on osastoilla viikossa käytettävissä seuraavasti

osasto	työtunteja viikossa
A	320
B	240
C	400

Kate (myyntitulo - valmistuskustannukset) yhdeltä "1"-tuotteelta on 300€ ja kate yhdeltä "2"-tuotteelta 500€.

Muodosta LP-malli yrityksen kokonaiskatteen maksimoimiseksi ja ratkaise se.

$$x_1 = \text{tuotteen 1 myynti (kpl/vko)}$$

$$x_2 = \text{tuotteen 2 myynti (kpl/vko)}$$

$$\max z = 300x_1 + 500x_2$$

ehdot

$$4x_1 + 4x_2 \leq 320$$

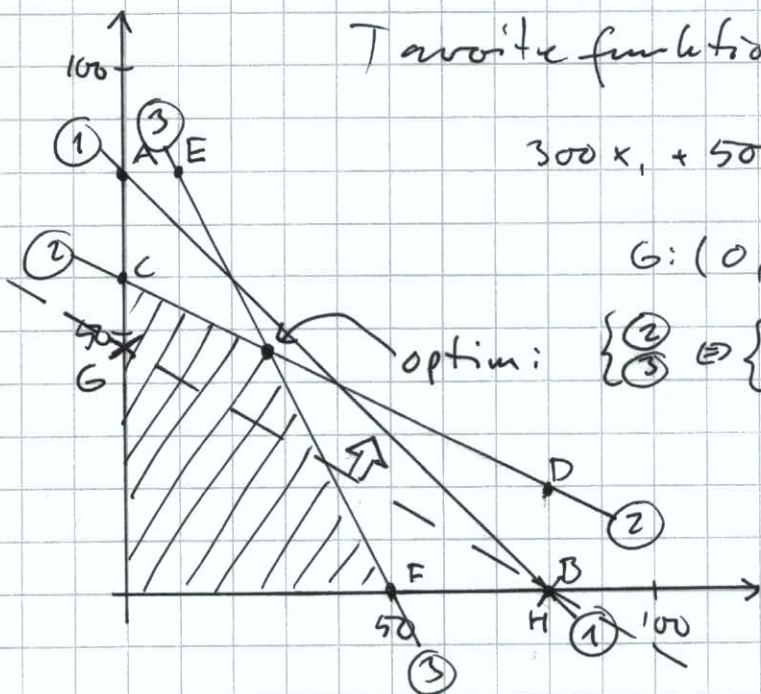
$$2x_1 + 4x_2 \leq 240$$

$$8x_1 + 4x_2 \leq 400$$

$$\downarrow A(0,80), B(80,0)$$

$$\downarrow C(0,60), D(80,20)$$

$$\downarrow E(10,80), F(50,0)$$



$$z = 300 \cdot 26,7 + 500 \cdot 46,7 = \underline{\underline{31333}}$$

3. Edellisessä tehtävässä yrityksen työaika-resurssi on 960 tuntia/viikossa eli 24 työntekijää.

a) Pohdi seuraavaa kysymystä: Jos yritykselle tarjoutuu mahdollisuus palkata kaksi uutta työntekijää, niin miten tämä uusi resurssi allokoidaan (sijoitetaan) eri osastoille?

Uudet muuttajat

r_a = lisäresurssi A-osastolle (h/vko)

r_b = " " B-osastolle (h/vko)

r_c = " " C-osastolle (h/vko)

$$r_a + r_b + r_c = 80$$

$$\begin{aligned} \max \quad & 300x_1 + 500x_2 \\ & 4x_1 + 4x_2 \leq 320 + r_a \\ & 2x_1 + 4x_2 \leq 240 + r_b \\ & 8x_2 + 4x_2 \leq 400 + r_c \\ & r_a + r_b + r_c = 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max \quad & 300x_1 + 500x_2 \\ & 4x_1 + 4x_2 - r_a \leq 320 \\ & 2x_1 + 4x_2 - r_b \leq 240 \\ & 8x_1 + 4x_2 - r_c \leq 400 \\ & r_a + r_b + r_c = 80 \end{aligned}$$

Tietokone autua optimikni

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= 80 \end{aligned} \right\} \leftarrow \text{tuotanto 1 kuuntua}$$

$$\left. \begin{aligned} r_a &= 0 \\ r_b &= 80 \end{aligned} \right\} \leftarrow \text{lisäresurssi osastolle B}$$

$$r_c = 0 \quad \left. \right\} z = 40\,000$$

Kate kannon noin 28%

b) Pohdi seuraavaa kysymystä: Jos samalla, kun saadaan kaksi uutta työntekijää, on mahdollista kouluttaa vanhojakin työntekijöitä, niin miten työresurssi allokoidaan osastoille yrityksen voiton maksimoimiseksi?

$$\begin{aligned} \max \quad & 300x_1 + 500x_2 \\ \text{ehdot} \quad & 4x_1 + 4x_2 \leq w_a \\ & 2x_1 + 4x_2 \leq w_b \\ & 8x_1 + 4x_2 \leq w_c \\ & w_a + w_b + w_c = 1040 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\Rightarrow) \quad \max \quad & 300x_1 + 500x_2 \\ \text{ehdot} \quad & 4x_1 + 4x_2 - w_a \leq 0 \\ & 2x_1 + 4x_2 - w_b \leq 0 \\ & 8x_1 + 4x_2 - w_c \leq 0 \\ & w_a + w_b + w_c = 1040 \end{aligned}$$

Tiivitelämä antaa optimitiksi

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= 86,7 \\ w_a &= 346,7 \\ w_b &= 346,7 \\ w_c &= 346,7 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\leftarrow \text{tuotanto korvoin} \approx 8\% \\ &\leftarrow \text{työresurssin palkan luvun} \\ &\quad \text{arvotalle ???} \\ &Z = 43\,533,33 \end{aligned}$$

Kate korvoin vielä 8%

4. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 2x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 3x_1 + x_2 &\leq 45 \\ x_1 + x_2 &\geq 4 \\ x_1 - x_2 &\leq 4 \\ -x_1 + 4x_2 &\leq 60 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

1. rajoite $3x_1 + x_2 \leq 45$ ↓ A:(10,15), B:(15,0)
 2. rajoite $x_1 + x_2 \geq 4$ ↑ C:(0,4), D:(4,0)
 3. rajoite $x_1 - x_2 \leq 4$ ↑ E:(16,12), F:(4,0)
 4. rajoite $-x_1 + 4x_2 \leq 60$ ↓ G:(0,15), H:(20,20)
- $x_1, x_2 \geq 0$

