

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

2. harjoitus, (pe 18.1.2013)

1. Yritys valmistaa kappaletavaraa q kappaletta viikossa. Yhden kappaleen materiaali- ja palkkakustannus on 7 €, joten tuotannon määrästä riippuvat muuttuvat kustannukset ovat $VC = 7q$ (€ viikossa). Yrityksen kiinteät kustannukset ovat $FC = 11250$ (€ viikossa). Lisäksi ahtaiden tuotantotilojen ja varastointiongelmien takia joudutaan turvautumaan ylityöhön, josta aiheutuu kustannuserä $LC = 0.005q^2$ (€ viikossa). Kokonaiskustannus viikossa on siis $TC(q) = FC + VC + LC = 11250 + 7q + 0.005q^2$. Tuotteen myyntihinta on 30€, joten tuottofunktio on $TR = 30q$ (€ viikossa) ja voittofunktio on $P(q) = TR - TC = 23q - 0.005q^2 - 11250$ (€ viikossa). Piirrä voittofunktion $P(q)$ ja yksikkökustannusfunktion $AC(q) = TC(q)/q$ kuvaajat kun $0 < q < 3000$. Mikä on $AC(q)$:n yksikkö? Mikä on mielestäsi järkevä tuotannon määrä?

(Ohje: yksiköt $[q] = \frac{\text{kpl}}{\text{vko}}$, $[P] = \frac{\text{€}}{\text{vko}}$, $[AC] = \frac{\text{€}}{\text{kpl}}$)

2. Laske tehtävässä 1 esiintyneen voittofunktion derivaatta, eli

$$P'(q) = \frac{dP}{dq}.$$

Millä q :n arvolla $P'(q) = 0$? Tarkista tehtävän 1 kuvan avulla nollakohdan paikka. Millä q :n arvoilla $P'(q) \geq 0$? Tarkista tämäkin tehtävän 1 kuvan avulla.

3. Laske derivaatat

- a) $f'(3)$, kun $f(x) = x^2 - 4x$,
- b) $g'(x)$, kun $g(x) = 7x^2 + 5x - 3$,
- c) $h'(x)$, kun $h(x) = 3x \cdot (x^2 - 5)$

4. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on $p = 20 - 0.030q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0.02q^2 + 5q + 150$. Millä tuotannon määrällä voitto on suurin mahdollinen. Mikä on maksimivoitto?

5. Tehdas valmistaa viikossa tuotetta määrän q ja myy sen hintaan p (euroa/tuote). On arvioitu, että hintaan 4.00 €/tuote saadaan myytyä 100 tuotetta viikossa ja hintaan 3.00 €/tuote saadaan myytyä 200 tuotetta viikossa. Käytetään seuraavassa laskelmassa lineaarista kysyntäfunktiota $p(q) = 5 - 0.01q$. Tuotteen valmistaminen aiheuttaa kustannuksia 1,5 €/tuote ja valmistusmäärästä riippumaton kiinteä kustannus on 230 €/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys saa suurimman voiton?

(voitto = myyntitulo - kustannukset)

6. Tarkastellaan uudelleen tehtävän 5 ongelmaa. Nyt kuitenkin yrityksen tuotantokapasiteetti on 150 tuotetta/viikko. Yritys voi ylittää kapasiteettinsa, jos se teettää kapasiteetin ylittävän osan tuotteista ylityönä. Ylityönä tehdyn tuotteen valmistuskustannus on 1,6 €/tuote. Jos ylityötä tehdään on kiinteä kustannus 250 euroa/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys nyt saa suurimman voiton (voitto = myyntitulo - kustannukset)?

7. Erään tuotteen kysynnän hintajousto on -2.1 . Tuotteen hinta on nyt 20.50 €/kpl ja sen kysyntä on 150 kpl/kk .

- a) Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen yksikköhintaa alennetaan eurolla?
- b) Miten muuttuu myyntitulo $R = pq$, kun yksikköhintaa alennetaan eurolla?
- c) Kannattaako edellä kuvattu hinnan alentaminen eurolla, jos tuotteen valmistuskustannus on $C(q) = 300 + 12,00 \cdot q + 0.01 \cdot q^2$
- d) Voiko saman asian todeta rajatuoton ja rajakustannusten avulla?

8. Olkoon kysyntäfunktio $p = 20 - 0.2q$

- (1) Mikä on kysynnän hintajousto, kun $q = 20$?
- (2) Mikä on kysynnän hintajousto, kun $q = 80$?

Kaavoja:

Kysynnän hintajousto:

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \eta$$

Rajatuotto ja kysynnän hintajousto:

$$MR = p \left(1 + \frac{1}{\eta} \right)$$