

3. harjoitus, (la 19.1.2013)

1. Erään kappaletavaratuotteen varaston yksikköylläpitokustannukset ovat 4€ kappaletta ja vuotta kohti. Tilauskustannukset ovat 80€ tilauserältä. Kysyntä on tasaista ja suuruudeltaan 4000 kpl vuodessa. Täydennystoimitukset tapahtuvat ongelmitta, ja varastointitila on rajoittamaton. Puutetta ei sallita. Miten suuri on optimaalinen tilauserän koko ja miten suuret ovat varastonpidon kokonaiskustannukset?

$$\begin{aligned} D &= 4000 \text{ kpl/vuosi} \\ K &= 80 \text{ €} \\ h &= 4,0 \frac{\text{€}}{\text{kpl} \cdot \text{vuosi}} \end{aligned}$$

$$\text{EOQ } q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80 \cdot 4000}{4,0}} \text{ kpl} = 400 \text{ kpl}$$

Total Cost

$$TC = \frac{KD}{q} + \frac{h}{2} \cdot q = \frac{80 \text{ €} \cdot 4000 \frac{\text{kpl}}{\text{vuosi}}}{400 \text{ kpl}} + \frac{4,0 \frac{\text{€}}{\text{kpl} \cdot \text{vuosi}}}{2} \cdot 400 \text{ kpl}$$

$$\begin{aligned} \text{Varaston } q_0 &= 400 \text{ kpl} &= 800 \text{ €/vuosi} + 800 \text{ €/vuosi} \\ \underline{TC_0} &= 1600 \text{ €/vuosi} &= 1600 \text{ €/vuosi} \end{aligned}$$

2

2. Suurpesula tarvitsee 2500 astiaa tiettyä pesuainetta kuukaudessa. Yksikköylläpito-
kustannus on 0.5€/astia/vuosi. Tilauksekustannukset ovat 75€ tilaukselta. Pesula tilaa ainetta nykyi-
sin 5000 astian erissä. Miten suureen vuosisäästöön pesulan on mahdollista päästä muutta-
malla tilauspolitiikkaansa? Miten tilaukset tällöin tehdään? Onko säästö mielestäsi suuri?

$$D = 2500 \frac{\text{ast}}{\text{kk}} = 2500 \frac{\text{ast}}{\text{kk}} \cdot 12 \frac{\text{kk}}{\text{vuosi}} = 30000 \frac{\text{ast}}{\text{vuosi}}$$

$$K = 75 \text{ €}$$

$$h = 0.5 \frac{\text{€}}{\text{ast} \cdot \text{vuosi}}$$

$$\boxed{N_{yt} \quad q = 5000 \text{ ast}}$$

$$TC = \frac{KD}{q} + \frac{h}{2}q = \frac{75 \text{ €} \cdot 30000 \frac{\text{ast}}{\text{vuosi}}}{5000 \text{ ast}} + \frac{0.5 \frac{\text{€}}{\text{ast} \cdot \text{vuosi}} \cdot 5000 \text{ ast}}{2}$$

$$= 450 \text{ €/vuosi} + 1250 \text{ €/vuosi}$$

$$= 1700 \text{ €/vuosi}$$

$$\boxed{\text{Kun tilaukset tehdään optimaalisesti}}$$

$$q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 75 \cdot 30000}{0.5}} \text{ ast} = 3000 \text{ astiaa}$$

$$TC_0 = \frac{KD}{q_0} + \frac{h}{2}q_0 = \frac{75 \text{ €} \cdot 30000 \frac{\text{ast}}{\text{vuosi}}}{3000 \text{ ast}} + \frac{0.5 \frac{\text{€}}{\text{ast} \cdot \text{vuosi}} \cdot 3000 \text{ ast}}{2}$$

$$= 750 \text{ €/vuosi} + 750 \text{ €/vuosi}$$

$$= 1500 \text{ €/vuosi}$$

Vastaus: Kun pesula pienentää tilauserän
3000 astiaan, niin se säästää 200 €/vuosi

$$\text{Säästö on } \frac{200}{1700} \cdot 100\% = 11,8\% \text{ menoerästä}$$

SÄÄSTÖ ON ISO !

3 Vuodessa raaka-ainevaraston läpi kulkee kappaletavaraa $D = 1600$ kpl. Tilauskustannus on 9 €/erä ja varaston ylläpitokustannus on $1.5 \text{ €/(kuukausi-kpl)}$.

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko, ja miten suuret ovat varastosysteemin vuotuiset kokonaiskustannukset?

b) Raaka-aineen yksikköhinta on 5 €/kpl . Raaka-aineen toimittaja tarjoaa määräalennusta, joka on 1% ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään 50 kappaletta, ja 3% ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään 100 kappaletta. Mikä on nyt optimaalinen tilauserä?

$$D = 1600 \frac{\text{kpl}}{\text{vuosi}}$$

$$K = 9,00 \text{ €}$$

$$h = 1,5 \frac{\text{€}}{\text{kpl} \cdot \text{kk}} = 18,0 \frac{\text{€}}{\text{kpl} \cdot \text{vuosi}}$$

$$P = 5,00 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} \quad (\text{sisäänporto hinta}) \quad q < 50$$

$$P_1 = 4,95 \text{ €/kpl} \quad (\text{alennettu hinta}) \quad \text{kun } 50 \leq q < 100$$

$$P_2 = 4,85 \text{ €/kpl} \quad (\text{--- " ---}) \quad \text{kun } q \geq 100$$

EOQ

$$q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9 \cdot 1600}{18}} \text{ kpl} = 40 \text{ kpl}$$

$$TC_0 = \frac{KD}{q_0} + \frac{h}{2} \cdot q_0 = \left(\frac{9 \cdot 1600}{40} + \frac{18 \cdot 40}{2} \right) \text{ €/vuosi} = 720 \text{ €/vuosi}$$

Lauhten varastoitus ja sisäänporto
kustannukset

$$q = q_0 = 40 \text{ kpl}$$

$$\tilde{TC}(q_0) = \frac{KD}{q_0} + \frac{h}{2} q_0 + P \cdot D$$

$$= \frac{9 \cdot 1600}{40} \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + \frac{18 \cdot 40}{2} \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 5,00 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} \cdot 1600 \frac{\text{kpl}}{\text{vuosi}}$$

$$= 360 \text{ €/vuosi} + 360 \text{ €/vuosi} + 8000 \text{ €/vuosi}$$

$$= 8720 \text{ €/vuosi}$$

$$\tilde{TC}(50) = \frac{KD}{q_1} + \frac{h}{2} q_1 + P_1 \cdot D$$

$$= \frac{9 \cdot 1600}{50} \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + \frac{18 \cdot 50}{2} \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 4,95 \cdot 1600 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}$$

$$= 288 \text{ €/vuosi} + 450 \text{ €/vuosi} + 7920 \text{ €/vuosi}$$

$$= 8658 \text{ €/vuosi}$$

$$\tilde{TC}(100) = \frac{KD}{q_2} + \frac{h}{2} q_2 + P_2 D$$

$$= \frac{9 \cdot 1600}{100} \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + \frac{18}{2} \cdot 100 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 4,85 \cdot 1600 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}$$

$$= 144 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 900 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 7760 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}$$

$$= 8804 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}$$

Pienin $\tilde{TC}$ saadaan, kun $q = 50$

Vastaus:

a) $q_0 = 40 \text{ kpl}$

$$TC_0 = 720 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}$$

b) optimaalinen tilausvä on
50 kpl

4. a) Laske 5.25% todelliseen vuosikorkoon liittyvä kuukausikorkokanta.

b) Mikä on todellinen vuosikorko, kun kuukausikorkokanta on 0.008125?

$$(1+i)^{12} = 1,0525$$

$$1+i = 1,0525^{1/12}$$

$$i = 1,0525^{1/12} - 1$$

$$= 0,00427312776$$

$$(1+0,008125)^{12} = 1,10197722$$

→ tod. vuosikorko on 10,20%

5

5. 1.1.2010 yrittäjä ottaa 20 000 euron lainan. Laina-ajaksi sovitaan 15 kuukautta ja lainan todelliseksi vuosikoroksi 6.50%. Yrittäjä ei lyhennä lainaansa eikä maksa korkoja ennen kuin laina-aika on kulunut loppuun 31.3.2011. Silloin hän hoitaa kertamaksulla lainan korkoineen. Miten suureksi laina kasvaa, kun:

- (a) Korkojakso on vuosi, ja korko lasketaan yksinkertaisella korkolaskulla.
 (b) Korkojakso on kuukausi ja $i = 1.0650^{(1/12)} - 1$.
 (c) Käytetään jatkuvaa korkolaskua ja korkointensiteetti on $p = \ln(1.0650)$.

pv:n tapahtuma		saldo
1.1.2010	laina otetaan	20 000 €
31.12.2010	lisätään korko $0,0650 \cdot 20\,000 = 1300,00 \text{ €}$	21 300 €
31.3.2011	lisätään korko $\frac{3}{12} \cdot 0,0650 \cdot 21\,300 = 346,13 \text{ €}$	<u>21 646,13 €</u>

b) $(1+i)^{15} \cdot K_0 = 1,0650^{15/12} \cdot 20\,000 \text{ €} = \underline{\underline{21\,637,99 \text{ €}}}$

c) $e^{st} \cdot K_0 = (e^s)^t \cdot K_0 = 1,065^{1,25} \cdot 20\,000 \text{ €} = \underline{\underline{21\,637,99 \text{ €}}}$

6. Kirjoita seuraavan summan kaikki termit näkyviin ja laske summa sitten sopivalla kaavalla

$$\sum_{k=2}^6 \left(\frac{1}{5} \cdot 2^k \right)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^6 \left(\frac{1}{5} \cdot 2^k \right) &= \frac{1}{5} \cdot 2^2 + \frac{1}{5} \cdot 2^3 + \frac{1}{5} \cdot 2^4 + \frac{1}{5} \cdot 2^5 + \frac{1}{5} \cdot 2^6 \\ &= \frac{1}{5} (4 + 8 + 16 + 32 + 64) = 24,8 \end{aligned}$$

kaavalla

$$\sum_{k=2}^6 \frac{1}{5} \cdot 2^k = \frac{1}{5} \sum_{k=2}^6 2^k = \frac{1}{5} \cdot 4 \cdot \frac{(1-2^5)}{(1-2)} = 24,8$$

7. Olkoon $(1+i)^{12} = 1.0825$. Laske

6

$$\sum_{k=3}^{25} \frac{100\text{€}}{(1+i)^k}$$

$$1+i = 1,0825^{1/12}, \quad \frac{1}{1+i} = 1,0825^{-1/12}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=3}^{25} \frac{100\text{€}}{(1+i)^k} &= \frac{100\text{€}}{1,0825^{3/12}} \left(\frac{1 - (1,0825^{-1/12})^{23}}{1 - (1,0825^{-1/12})} \right) \\ &= 2098,84 \text{ €} \end{aligned}$$

8. Laske annuiteettilainen tasaerä (kuukausierä), kun lainan määrä on 4000€, todellinen vuosikorko on 8.15% ja laina-aika on 20 kuukautta.

$$(1+i)^{12} = 1,0815 \Rightarrow 1+i = 1,0815^{1/12}$$
$$i = 1,0815^{1/12} - 1$$

$$K = CK_0 = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} K_0$$

$$= \frac{[1,0815^{1/12} - 1] \cdot 1,0815^{20/12}}{(1,0815^{20/12} - 1)} \cdot 4000\text{€}$$

$$= 214,04 \text{ €}$$