



1. välikoe torstaina 12.2.2015

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

A1. Sellu-pohjaisen raaka-aineen kysyntä on 2500 kg/vuosi. Raaka-aineen tilauskustannus on 12,00 euro/tilaus ja raaka-ainevaraston yksikköylläpito-kustannus on 2,00 €/kg/kuukausi.

- (2p) Mikä on optimaalinen tilauserän koko?
- (2p) Mitkä ovat varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa?
- (2p) Miten monta prosenttia 'tilauskustannukset' (vuodessa), 'ylläpito-kustannukset' (vuodessa) ja kokonaiskustannukset' (vuodessa) muuttuvat, jos tilauserää kasvatetaan 14% optimiarvosta.

$$D = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}$$

$$K = 12,00 \text{ €}$$

$$h = 2,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{kk}} = 24,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}}$$

$$a) q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \cdot 2500}{24}} \text{ kg} = \underline{\underline{50 \text{ kg}}}$$

$$\begin{aligned} b) TC(50) &= \frac{KD}{50 \text{ kg}} + h \cdot \frac{50 \text{ kg}}{2} = \frac{12 \text{ €} \cdot 2500 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}}{50 \text{ kg}} + 24 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}} \cdot \frac{50 \text{ kg}}{2} \\ &= \underbrace{600 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}_{\text{tilaus}} + \underbrace{600 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}_{\text{ylläp.}} = \underline{\underline{1200 \text{ €/vuosi}}}_{\text{kokonaiskust.}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) TC(57) &= \frac{12 \cdot 2500}{57} \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 24 \cdot \frac{57}{2} \frac{\text{€}}{\text{v}} = \\ &= 526,32 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 684 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} = 1210,32 \text{ €/vuosi} \end{aligned}$$

$$\text{Tilaukust. muutt.} \quad \frac{526,32 - 600}{600} \cdot 100\% = \underline{\underline{-12,28\%}}$$

$$\text{ylläpito-kust. muutt.} \quad \frac{684 - 600}{600} \cdot 100\% = \underline{\underline{+14,00\%}}$$

$$\text{Kok. kust. muutt.} \quad \frac{1210,32 - 1200}{1200} \cdot 100\% = \underline{\underline{+0,86\%}}$$

$$\text{Vastaus: a) } 50 \text{ kg} \quad b) 1200 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} \quad c) -12,3\%, +14,0\%, +0,9\%$$

A2. a) (2p) Mikä on kuukausijakson korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 3,82%?

b) (2p) Mikä on todellinen vuosikorko, jos kuukausijakson korkokanta on 0,00497019?

c) (2p) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun laina-aika on 30 kuukautta, lainan määrä on 2400€, laina hoidetaan kuukausittain ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 3,82%.

$$a) i_{kk} = 1,0382^{\frac{1}{12}} - 1 = \underline{\underline{0,00312892192}}$$

$$b) (1 + i_{tod}) = 1,00497019^{12} = 1,06129998$$

→ tod. vuosikorko on 6,13%

$$c) \begin{aligned} (1+i)^{12} &= 1,0382 \\ 1+i &= 1,0382^{1/12} \\ i &= 1,0382^{1/12} - 1 \end{aligned}$$

$$n = 30$$

$$K_0 = 2400 \text{ €}$$

$$K = C K_0$$

$$= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot K_0$$

$$= \frac{[1,0382^{1/12} - 1] \cdot 1,0382^{30/12}}{(1,0382^{30/12} - 1)} \cdot 2400 \text{ €} = \underline{\underline{83,94 \text{ €}}}$$

$$(Tarkh. 30 \cdot 83,94 \text{ €} = 2518,20 \text{ € ok})$$

Vastaus: a) kuukausikorkokanta on 0,00312892192

b) todellinen vuosikorko on 6,13%

c) Tasaerä on 83,94 €

A3. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 120 - 0,030q$ ja vastaava rajakustannusfunktio on $MC(q) = 0,04q + 20$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 8000$.

a) (2p) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?

b) (2p) Mikä on maksimivoitto?

c) (2p) Mikä on tuotteen kysynnän hintajousto, kun tuotantomäärä on optimaalinen?

$$\begin{aligned} a) \quad p &= 120 - 0,030q \\ R &= 120q - 0,030q^2 \\ MR &= 120 - 0,06q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MC &= MR \\ 0,04q + 20 &= 120 - 0,06q \\ 0,10q &= 100 \quad | \cdot 10 \\ q &= 1000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad FC &= 8000 \\ MC &= 0,04q + 20 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} FC &= 8000 \\ MC &= 0,04q + 20 \end{aligned}} \right\} \rightarrow C = 0,02q^2 + 20q + 8000$$

$$\begin{aligned} P(1000) &= R(1000) - C(1000) \\ &= (120 \cdot 1000 - 0,03 \cdot 1000^2) - (0,02 \cdot 1000^2 + 20 \cdot 1000 + 8000) \\ &= 120\,000 - 30\,000 - 20\,000 - 20\,000 - 8000 \\ &= \underline{\underline{42\,000}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad \textcircled{I} \quad \text{jos } q &= 1000, \text{ niin } p(1000) = 120 - 0,030 \cdot 1000 = 90,00 \\ \text{jos } q &= 1010, \text{ niin } p(1010) = 120 - 0,030 \cdot 1010 = 89,70 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} q &= 1000 \\ p &= 90 \\ \Delta q &= 10 \\ \Delta p &= -0,30 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{jousto} = \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \frac{10}{-0,30} \cdot \frac{90}{1000} = \underline{\underline{-3,0}}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{II} \quad p &= 120 - 0,03q \Rightarrow \frac{dp}{dq} = -0,03 \Rightarrow \frac{dq}{dp} = -\frac{100}{3} \\ \text{jousto} &= \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -\frac{100}{3} \cdot \frac{90}{1000} = \underline{\underline{-3,0}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{III} \quad MR &= p \left(1 + \frac{1}{\text{jousto}} \right) \\ \frac{MR}{p} - 1 &= \frac{1}{\text{jousto}} \\ \frac{MR - p}{p} &= \frac{1}{\text{jousto}} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \text{jousto} = \frac{p}{MR - p} = \frac{90}{(120 - 0,06 \cdot 1000) - 90} = \underline{\underline{-3}}$$

Vastaus: a) 1000 tuotetta viikossa b) 42000 €/vk c) -3,0

A4. a) (3p) Määrittele lyhyesti sanallisesti y:n jousto x:n suhteen. (Kerro sanallisesti miten jousto lasketaan.)

b) (3p) Tuotteen hinta on nyt 20.00€ ja kysyntä 1 200 tuotetta kuukaudessa. Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen hintaa nostetaan 1.20 eurolla, ja tuotteen kysynnän hintajousto on -2.0?

a) y:n jousto x:n suhteen on y:n %-muutos jaettuna x:n %-muutokseksi

$$\text{jousto} = \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{x}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

b) $p = 20,00 \text{ €}$
 $q = 1200 \text{ kpl/kk}$
 $\Delta p = +1,20 \text{ €}$
 $\Delta q = x$
 $\text{jousto} = -2,0$

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \text{jousto}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{+1,20 \text{ €}} \cdot \frac{20,00 \text{ €}}{1200 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}} = -2,0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2,0 \cdot 1,20 \text{ €} \cdot 1200 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}}{20,00 \text{ €}} = \underline{\underline{-144 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}}}$$

II b) hinnan %-muutos = $\frac{+1,20 \text{ €}}{20,00 \text{ €}} \cdot 100\% = 6,0\%$

kysynnän %-muutos = $x\%$

$$\therefore \frac{x\%}{6,0\%} = -2,0 \Rightarrow x\% = -2,0 \cdot 6,0\% = \underline{\underline{-12,0\%}}$$

Vastaus: b) kysyntä vähenee 144 kpl kuukaudessa.

(tai II) kysyntä vähenee 12%)