

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030**8. harjoitus, viikko 12 (22.3.-26.3.2010)**

R1	ma	10-12	D115	R4	to	08-10	D115
R2	ma	14-16	D115	R5	to	14-16	D102
R3	ti	08-10	D115	R6	pe	08-10	D102
				R7	pe	12-14	D115

Tutkitaan kolmea investointiprojektia. Kaikissa laskelmissa käytetään laskentakorkoa, johon liittyvä todellinen vuosikorko on 10%. Vastaava korkointensiteetti on $\rho = \ln(1.10)$. Projekteille ilmoitetut nettotulot ovat myyntitulon ja toimintamenojen erotuksia (liikevoitto), eivätkä siis sisällä perusinvestoinnin rahoituskustannuksia.

- (A) Projektin A perusinvestointi on 120 000 €, pitoaika on 10 vuotta ja nettotulo on 20 000 € (/ vuosi). Jäännösarvo on $JA = 50\,000\,€$.
- (B) Projektin B perusinvestointi on 30 000 €, pitoaika on 24 kuukautta ja nettotulo on 1 500 € (/ kuukausi). $JA = 0\,€$.
- (C) Projektin C perusinvestointi on 1 200 €, pitoaika 9 kuukautta ja jatkuva nettotulovirta on 150 € /kk (=1 800 € /vuosi). $JA = 0\,€$.

1. Laske projektien nykyarvot (laskentakorko on 10% (tod. vuosikorko)). Käytä a-kohdassa vuosijaksotusta, b-kohdassa kuukausijaksotusta ja c-kohdassa jatkuvaa korkolaskua.

1)
A:

$$\begin{aligned}
 NPV_A &= -120\,000\,€ + \sum_{j=1}^{10} \frac{20\,000\,€}{1,10^j} + \frac{50\,000\,€}{1,10^{10}} \\
 &= -120\,000\,€ + \frac{(1,10^{10} - 1)}{0,10 \cdot 1,10^{10}} \cdot 20\,000\,€ + \frac{50\,000\,€}{1,10^{10}} \\
 &= -120\,000\,€ + 122\,891,34\,€ + 19\,277,16\,€ \\
 &= \underline{\underline{22\,168,34\,€}} \quad (> 0 \text{ ok})
 \end{aligned}$$

B:

$$\begin{aligned}
 NPV_B &= -30\,000\,€ + \sum_{j=1}^{24} \frac{1\,500\,€}{(1,10^{1/12})^j} \\
 &= -30\,000\,€ + \frac{(1,10^{24/12} - 1)}{(1,10^{1/12} - 1) \cdot 1,10^{24/12}} \cdot 1\,500\,€ \\
 &= -30\,000\,€ + 32\,646,85\,€ = \underline{\underline{2\,646,85\,€}} \quad (> 0 \text{ ok})
 \end{aligned}$$

$$C_i) \quad g = \ln(1+i) = \ln(1,10) = 0,095310179$$

$$K = \frac{150 \text{ €}}{k \cdot k} = 1800 \frac{\text{€}}{\sqrt{v}}$$

$$e^{-gT} = \frac{1}{1,10^T}$$

$$NPV_c = -H + \frac{K}{g} (1 - e^{-gT})$$

$$= -1200 \text{ €} + \frac{1800 \frac{\text{€}}{\sqrt{v}}}{\ln(1,10) \sqrt{v}} \left(1 - \frac{1}{1,10^{9/12}} \right)$$

$$= -1200 \text{ €} + 1302,88 \text{ €}$$

$$= \underline{\underline{102,88 \text{ €}}} \quad (> 0 \text{ ok})$$

2. Laske projektien A, B ja C suhteelliset nykyarvot, kun

- a) laskentakorko on 0% (käytetään tulojen nimellisarvoja)
 b) laskentakorko on 10% (todellinen vuosikorko).

$$SNA_{A,0\%} = \frac{\text{Tulot}}{\text{Menot}} = \frac{(10 \cdot 20000 + 50000) \text{ €}}{120000 \text{ €}} = 2,08$$

$$SNA_{A,10\%} = \frac{NA(\text{Tulot})}{NA(\text{Menot})} = \frac{122891,34 + 19277,16}{120000} = 1,18$$

$$SNA_{B,0\%} = \frac{\text{Tulot}}{\text{Menot}} = \frac{24 \cdot 1500 \text{ €}}{30000 \text{ €}} = 1,20$$

$$SNA_{B,10\%} = \frac{NA(\text{tulot})}{NA(\text{menot})} = \frac{32646,85}{30000} = 1,09$$

$$SNA_{C,0\%} = \frac{\text{Tulot}}{\text{Menot}} = \frac{9 \cdot 150 \text{ €}}{1200 \text{ €}} = 1,125$$

$$SNA_{C,10\%} = \frac{NA(\text{tulot})}{NA(\text{menot})} = \frac{1302,88}{1200} = 1,086$$

3. Laske projektien A, B ja C takaisinmaksuajat, kun

a) laskentakorko on 0% (käytetään tulojen nimellisarvoja)

b) laskentakorko on 10% (todellinen vuosikorko).

$$a) \quad n_A^* = \frac{120000 \text{ €}}{20000 \text{ €}} = 6 \text{ (vuotta)}$$

$$n_B^* = \frac{30000 \text{ €}}{1500 \text{ €}} = 20 \text{ (kuukautta)}$$

$$n_C^* = \frac{1200 \text{ €}}{150 \text{ €}} = 8 \text{ (kuukautta)}$$

$$b) \quad B_A = 120000 \text{ €} - \frac{50000 \text{ €}}{1,10^{10}} = 100722,84 \text{ €}$$

$$i = 0,10$$

$$K = 20000 \text{ €}$$

$$n_{A,10\%}^* = \frac{\ln\left(\frac{K}{K-iB}\right)}{\ln(1+i)} = \frac{\ln\left(\frac{20000}{20000 - 0,1 \cdot 100722,84}\right)}{\ln(1,10)} \\ = 7,34 \text{ (vuotta)}$$

Huom: ilman päämääräarvoa takaisinmaksu-
aika olisi

$$\frac{\ln\left(\frac{20000}{20000 - 0,1 \cdot 120000}\right)}{\ln(1,10)} = 9,61$$

$$n_{B,10\%}^* = \frac{\ln\left(\frac{K}{K-iB}\right)}{\ln(1+i)} = \frac{\ln\left(\frac{1500}{1500 - (1,10^{12} - 1) \cdot 30000}\right)}{\ln[1,10^{12}]} \\ = 21,9 \approx 22 \text{ (kuukautta)}$$

$$n_{C,10\%}^* = \frac{\ln\left(\frac{K}{K-iB}\right)}{\ln(1+i)} = \frac{\ln\left(\frac{1800}{1800 - \ln(1,1) \cdot 1200}\right)}{\ln(1,1)} \\ = 0,6888 \text{ vuotta} \approx 8,3 \text{ kuukautta}$$

4. Arvioi annuiteettimenetelmällä projektien A, B ja C kannattavuutta, kun laskentakorko on 10% (tod. vuosikorko).

$$K_A = C \cdot 120000 \text{ €} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot 120000 \text{ €}$$

$$= \frac{0,10 \cdot 1,10^{10}}{(1,10^{10} - 1)} \cdot 120000 \text{ €} = \underline{\underline{19529}} < 20000$$

(yritykselle jne 471 € / vuosi)

OK

$$K_B = C \cdot 30000 \text{ €} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \cdot 30000 \text{ €}$$

$$= \frac{[1,10^{11/12} - 1] \cdot 1,10^{24/12}}{(1,10^{24/12} - 1)} \cdot 30000 \text{ €}$$

$$= \underline{\underline{1378,39 \text{ €}}} < 1500 \text{ €}$$

(yritykselle jne 121,61 € / kk)

OK

$$K_C = \frac{[1,10^{9/12} - 1] \cdot 1,10^{9/12}}{(1,10^{9/12} - 1)} \cdot 1200 \text{ €} = 138,71 \text{ €} < 150 \text{ €}$$

(yritykselle jne 11,29 € / kk)

OK

5. Onko järkevää laskea pääoman tuottoastetta (ROI_I ja ROI_{II}) projekteille? Laske pääoman tuotot niissä tapauksissa, joissa arvo on mielekäs.

Excel antaa projekteille seuraavat sisäiset korkokannat

	i_{sis}
A	13,59 %
B	19,79 %
C	37,8 % (33,3 %)

A - projektille ROI_{II}

$$ROI_{II} = \frac{20\,000 \text{ €}}{120\,000 \text{ €}} \cdot 100\% = 16,7\%$$

$$ROI_I = \left(\frac{20\,000 \text{ €} - \frac{120\,000 \text{ €}}{10}}{120\,000 \text{ €} / 2} \right) \cdot 100\% = \underline{\underline{13,3\%}}$$

B - projektille

$$ROI_I = \frac{(1500 \text{ €} - 30\,000 \text{ €} / 24) \cdot 12}{30\,000 \text{ €} / 2} \cdot 100\% = \underline{\underline{20\%}}$$

C - projektille

$$ROI_I = \frac{(150 \text{ €} - 1200 \text{ €} / 9) \cdot 12}{1200 \text{ €} / 2} \cdot 100\% = \underline{\underline{33,3\%}}$$

Jaksolliset suoritukset

prolongointitekijä	diskonttaustekijä	kuoletuskerroin
$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$	$c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

Nykyarvot

Yleisesti jaksotetulle (netto)tulovirralle (H on perusinvestointi ja JA on jäännösarvo.)

$$NPV = -H + \sum_{t=1}^n \frac{k_t}{(1+i)^t} + \frac{JA}{(1+i)^n}$$

Jos jaksotettu tulovirta on vakio ($k_t = k$ kaikilla t), niin

$$NPV = -H + a_{n,i} \cdot k + \frac{JA}{(1+i)^n}$$

Kun vakiotulovirta on pitkä ($n \rightarrow \infty$), niin $NPV \approx -H + k/i$.

Yleisesti jatkuvalle (netto)tulovirralla (H on perusinvestointi, T on tulovirran kesto ja JA on jäännösarvo.)

$$NPV = -H + \int_0^T e^{-\rho t} k(t) dt + e^{-\rho T} JA$$

Jatkuvalle vakiotulovirralla

$$NPV = -H + \frac{k}{\rho}(1 - e^{-\rho T}) + e^{-\rho T} JA$$

Kun jatkuva vakiotulovirta on pitkä ($T \rightarrow \infty$), niin $NPV \approx -H + k/\rho$.

Takaisinmaksuaika

Takaisinmaksuaika jaksotetulle vakiotulovirralla

$$n^* = \ln \left(\frac{k}{k - iB} \right) / \ln(1+i), \quad \text{missä } B = H - \frac{JA}{(1+i)^n}$$

Takaisinmaksuaika jatkuvalle vakiotulovirralla

$$T^* = \ln \left(\frac{k}{k - \rho B} \right) / \rho, \quad \text{missä } B = H - e^{-\rho T} JA$$

Pääoman tuottoaste

$$\begin{aligned} \text{ROI}^I &= \frac{\text{nettovuositulos}}{\text{keskimäärin sidottu pääoma}} \cdot 100\% \\ \text{ROI}^{II} &= \frac{\text{nettovuositulos}}{\text{alussa sidottu pääoma}} \cdot 100\% \end{aligned}$$

Jos nettotulo k (€ /kk) on liikevoitto, se ei sisällä perusinvestoinnin aiheuttamaa lainanhoitoa. Lyhyen projektin tapauksessa voimme silloin arvioida karkeasti

$$\text{ROI}^I = \frac{\text{nettovuositulos}}{\text{keskimäärin sidottu pääoma}} \cdot 100\% = \frac{(k - H/n) \cdot 12}{H/2} \cdot 100\%$$

A			B			C		
i =		i =						
	0,1		0,007974					0,007974
IRR =		IRR =						IRR =
	13,59 %		1,51 % /kk					2,42 % /kk
			19,75 % /vuosi					33,28 % /vuosi
0	-120000	0	-30000					0
1	20000	1	1500					1
2	20000	2	1500					2
3	20000	3	1500					3
4	20000	4	1500					4
5	20000	5	1500					5
6	20000	6	1500					6
7	20000	7	1500					7
8	20000	8	1500					8
9	20000	9	1500					9
10	70000	10	1500					10
		11	1500					
		12	1500					
		13	1500					
		14	1500					
		15	1500					
		16	1500					
		17	1500					
		18	1500					
		19	1500					
		20	1500					
		21	1500					
		22	1500					
		23	1500					
		24	1500					