

Vaasan yliopisto, kevät 2017

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. harjoitus, viikko 3 (16.–20.1.2017)

R1	ma	12–14	F249	R5	ti	14–16	F453
R2	ma	14–16	F453	R6	to	12–14	F140
R3	ti	08–10	F425	R7	pe	08–10	F425
R4	ti	12–14	F453	R8	pe	10–12	F249

1. Sievennä seuraavat lausekkeet. Anna tulos murtolukuna ja desimaalilukuna. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

$$\text{a) } \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \quad \text{b) } \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{5}} \quad \text{c) } \frac{5/3}{2/4 \cdot 3} \cdot \frac{4}{5} \quad \text{d) } \frac{4}{1 + \frac{1}{3}}$$

2. Sievennä seuraavat lausekkeet. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

$$\text{a) } 25^2 + 2 \cdot 5^2 \quad \text{b) } 5^{-1} + 25^0 \quad \text{c) } 16^{-1/2}$$

3. Ratkaise seuraava yhtälö. Älä muuta kertoimia desimaaliluvuiksi, vaan laske kokonais- tai murtoluvuilla. Anna vastaus sekä murtolukuna, että desimaalilukuna kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

$$x + \frac{1}{2} = 1 - \frac{x}{3}$$

4. Ratkaise yhtälöt

$$\text{a) } 5 - x = 8 - 7x \quad \text{b) } 3(2x + 1) = 6x + 1 \quad \text{c) } 4x^2 + 5x + 1 = 0$$

5. Yritys hankkii 4,25 tonnia raaka-ainetta ja maksaa siitä 1400 euroa. Raaka-aine on kosteata siten, että 10,1% massasta on vettä. Raaka-aineeseen lisätään kuivaa väriaineita 120kg ja vettä niin, että lisäysten jälkeen massasta on vettä 12,0%.

a) Mikä on lisäysten jälkeen värjätyn raaka-aine-erän massa?

b) Mikä on värjätyn raaka-aineen yksikköhinta, kun väriaineen hinta on 4,25€/kg ja vesi ei maksa mitään?

c) Mikä on väriaineen euromääräinen osuus ja prosentti-osuus värjätyn raaka-aineen hinnasta?

6. Yritys myy valmistamansa tuotteet 125€ hintaan.

Kate (myyntitulo - valmistuskustannus) on 12,50€ per tuote (eli 10,0% myyntihinnasta). Raaka-aineen hankintakustannus on 52,50€ per tuote. Raaka-aineen hinta laskee 10,00%:lla. Muut valmistuskustannukset eivät muutu (työ yms.). Laske:

a) Miten monta euroa kate kasvaa(per tuote)?

b) Miten monta prosenttia kate kasvaa?

c) Miten monta prosenttiyksikköä kate kasvaa?

d) Miten muuttuu raaka-aineen hankintakustannuksen prosenttiosuus kokonais-valmistuskustannuksista?

Vaasan yliopisto, kevät 2017

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. harjoitus, viikko 3 (16.-20.1.2017)

R1	ma ke	12-14	F249 F453	R5	ti	14-16	F453
R2	ma ke	14-16	F453	R6	to	12-14	F140
R3	ti	08-10	F425	R7	pe	08-10	F425
R4	ti	12-14	F453	R8	pe	10-12	F249

1. Sievennä seuraavat lausekkeet. Anna tulos murtolukuna ja desimaalilukuna. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

a) $\frac{5}{4} - \frac{2}{3}$ b) $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{5}}$ c) $\frac{5/3}{2/4 \cdot 3} \cdot \frac{4}{5}$ d) $\frac{4}{1 + \frac{1}{3}}$

a) laennetaan samant nimisiksi

$$\frac{5}{4} - \frac{2}{3} = \frac{15}{12} - \frac{8}{12} = \underline{\underline{\frac{7}{12}}}$$

Laskimella

$$5 \boxed{\div} 4 \boxed{-} 2 \boxed{\div} 3 \boxed{=} \rightarrow \underline{\underline{0,583333...}}$$

b) ① lasketaan ensin nimi Häjzi

①.1 laennetaan nimi Häjzin murtoluvut samant nimisiksi

② jakolaskun kiertolaskuksi

$$\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{5}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{10} - \frac{4}{10}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{10}{1} = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}$$

Laskimella

$$\frac{(\frac{1}{4})}{((\frac{1}{2}) - (\frac{2}{5}))}$$

$$\boxed{1} \boxed{\div} \boxed{4} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\div} \boxed{3} \boxed{=} \rightarrow \underline{\underline{2,5}}$$

$$c) \left(\frac{5/3}{(2/4) \cdot 3} \right) \cdot \frac{4}{5} = \left(\frac{\frac{5}{3}}{\frac{6}{4}} \right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{3} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{6}_3} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}_1} = \frac{8}{9}$$

Laskimella

$$\frac{5/3}{(2/4) \cdot 3} \cdot \frac{4}{5}$$

$$5 \boxed{\div} 3 \boxed{\div} (2 \boxed{\div} 4 \boxed{\times} 3 \boxed{\div} \boxed{\times} 4 \boxed{\div} 5 \boxed{=} \rightarrow \underline{\underline{0,88888\dots}}$$

$$d) \frac{4}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{4}{\frac{3}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{4}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{1}}{\frac{4}{3}} = \frac{\cancel{4}}{1} \cdot \frac{3}{\cancel{4}} = \underline{\underline{3}}$$

Laskimella

$$\frac{4}{(1 + \frac{1}{3})}$$

$$4 \boxed{\div} (1 \boxed{+} 1 \boxed{\div} 3 \boxed{\div} \boxed{=} \rightarrow \underline{\underline{3}}$$

2. Sievennä seuraavat lausekkeet. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

a) $25^2 + 2 \cdot 5^2$ b) $5^{-1} + 25^0$ c) $16^{-1/2}$

a) $25^2 + 2 \cdot 5^2 = 625 + 2 \cdot 25 = 625 + 50 = \underline{\underline{675}}$

25
25
125
50
625

Laskimella

$25 \wedge 2 + 2 \times 5 \wedge 2 = \rightarrow \underline{\underline{675}}$

b) $5^{-1} + 25^0 = \frac{1}{5} + 1 = \frac{1}{5} + \frac{5}{5} = \underline{\underline{\frac{6}{5}}}$
 $= 0,2 + 1 = \underline{\underline{1,2}}$

Laskimella

$5^{(-1)} + 25^0$

$5 \wedge (-1) + 25 \wedge 0 = \rightarrow \underline{\underline{1,2}}$

b) $16^{-1/2} = \frac{1}{16^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

Laskimella $16^{(-1/2)}$

$16 \wedge (-1 \div 2) = \rightarrow \underline{\underline{0,25}}$

3. Ratkaise seuraava yhtälö. Älä muuta kertoimia desimaaliluvuiksi, vaan laske kokonais- tai murtoluvuilla. Anna vastaus sekä murtolukuna, että desimaalilukuna kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

$$x + \frac{1}{2} = 1 - \frac{x}{3}$$

$$x + \frac{1}{2} = 1 - \frac{x}{3} \quad | \cdot 6$$

$$\Rightarrow 6x + 3 = 6 - 2x$$

$$\Rightarrow 6x + 2x = 6 - 3$$

$$\Rightarrow 8x = 3 \quad | : 8$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{8} \sim 0,375$$

4. Ratkaise yhtälöt

a) $5 - x = 8 - 7x$

b) $3(2x + 1) = 6x + 1$

c) $4x^2 + 5x + 1 = 0$

$$\begin{aligned} a) \quad 5 - x &= 8 - 7x \\ -x + 7x &= 8 - 5 \\ 6x &= 3 \quad | : 6 \\ x &= 0,5 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Ratkaisujoukko on $\{0,5\}$

$$\begin{aligned} b) \quad 3(2x + 1) &= 6x + 1 \\ 6x + 3 &= 6x + 1 \\ 6x - 6x &= 1 - 3 \end{aligned}$$

$0 = -2$ Vastausta $\rightarrow$ Ratkaisujoukko on tyhjä

$$\begin{aligned} c) \quad 4x^2 + 5x + 1 &= 0 \\ \Rightarrow x &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} \\ &= \frac{-5 \pm 3}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{4} \text{ tai } x = -1$$

$\Rightarrow$ Ratkaisujoukko on $\{-\frac{1}{4}, -1\} = \{0,25, -1\}$

5. Yritys hankkii 4,25 tonnia raaka-ainetta ja maksaa siitä 1400 euroa. Raaka-aine on kosteata siten, että 10,1% massasta on vettä. Raaka-aineeseen lisätään kuivaa väriaineita 120kg ja vettä niin, että lisäysten jälkeen massasta on vettä 12,0%.

a) Mikä on lisäysten jälkeen värjätyn raaka-aine-erän massa?

b) Mikä on värjätyn raaka-aineen yksikköhinta, kun väriaineen hinta on 4,25€/kg ja vesi ei maksa mitään?

c) Mikä on väriaineen euromääräinen osuus ja prosentti-osuus värjätyn raaka-aineen hinnasta?

Alussa koko massa $m_0 = 4250 \text{ kg}$
 vettä $v_0 = \frac{10,1}{100} \cdot m = 429,25 \text{ kg}$
 kuiva-ainesta $k_0 = m_0 - v_0 = 3820,75 \text{ kg}$

Lisätään

väriainetta 120 kg
 vettä $x \text{ kg}$

Lopussa koko massa $m = m_0 + 120 \text{ kg} + x \text{ kg}$
 $= (4370 + x) \text{ kg}$
 vettä $v = v_0 + x \text{ kg} = (429,25 + x) \text{ kg}$

$$v = \frac{12}{100} \cdot m$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 429,25 + x &= 0,12 \cdot (4370 + x) & (\text{kg}) \\ \Leftrightarrow 429,25 + x &= 524,4 + 0,12x \\ \Leftrightarrow x - 0,12x &= 524,4 - 429,25 \\ \Leftrightarrow 0,88x &= 95,15 & | : 0,88 \\ \Leftrightarrow x &= 108,125 \text{ (kg)} \end{aligned}$$

a) $m = 4250 \text{ kg} + 120 \text{ kg} + 108,125 \text{ kg} = 4478,125 \text{ kg}$
 $\approx 4478 \text{ kg}$

b) $p = \frac{1400 \text{ €} + 4,25 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \cdot 120 \text{ kg}}{4478,125 \text{ tn}} = \frac{1910 \text{ €}}{4478,125 \text{ tn}} = 426,52 \frac{\text{€}}{\text{tn}}$

c) Väriain osuus $p_{\text{väri}} = \frac{4,25 \frac{\text{€}}{\text{kg}} \cdot 120 \text{ kg}}{4478,125 \text{ tn}} = 113,89 \frac{\text{€}}{\text{tn}}$

$\frac{p_{\text{väri}}}{p} \cdot 100\% = \frac{113,89}{426,52} \cdot 100\% = 26,7\%$

6. Yritys myy valmistamansa tuotteet 125€ hintaan.

Kate (myyntitulo - valmistuskustannus) on 12,50€ per tuote (eli 10,0% myyntihinnasta).

Raaka-aineen hankintakustannus on 52,50€ per tuote. Raaka-aineen hinta laskee 10,00%:lla.

Muut valmistuskustannukset eivät muutu (työ yms.). Laske:

- Miten monta euroa kate kasvaa(per tuote)?
- Miten monta prosenttia kate kasvaa?
- Miten monta prosenttiyksikköä kate kasvaa?
- Miten muuttuu raaka-aineen hankintakustannuksen prosenttiosuus kokonais-valmistus-kustannuksista?

ALUSSA

LOPUSSA

myynti hinta	$P_1 = 125,00 \text{ €}$	$P_2 = 125,00 \text{ €}$
- raaka-aine	$- r_1 = 52,50 \text{ €}$	$- r_2 = 47,25 \text{ €}$
- työ	$- l_1 = 60,00 \text{ €}$	$- l_2 = 60,00 \text{ €}$
- kate	$k_1 = P_1 - r_1 - l_1 = 12,50 \text{ €}$	$k_2 = 17,75 \text{ €}$

$$l_1 = P_1 - r_1 - k_1 = 60,00 \text{ €} \quad r_2 = 0,90 \cdot r_1 = 47,25 \text{ €}$$

$$a) \quad k_2 - k_1 = 17,75 \text{ €} - 12,50 \text{ €} = 5,25 \text{ €}$$

$$b) \quad \frac{k_2 - k_1}{k_1} \cdot 100\% = \frac{17,75 \text{ €} - 12,50 \text{ €}}{12,50 \text{ €}} \cdot 100\% = 42\%$$

$$c) \quad \frac{k_2}{P} \cdot 100\% - \frac{k_1}{P} \cdot 100\% = \frac{17,75 \text{ €}}{125 \text{ €}} \cdot 100\% - \frac{12,50 \text{ €}}{125 \text{ €}} \cdot 100\% \\ = 14,2\% - 10,0\% = 4,2 \text{ prosenttiyksikköä}$$

$$d) \quad \frac{r_2}{r_2 + l_2} \cdot 100\% - \frac{r_1}{r_1 + l_1} \cdot 100\% \\ = \frac{47,25 \text{ €}}{107,25 \text{ €}} \cdot 100\% - \frac{52,50 \text{ €}}{112,50 \text{ €}} \cdot 100\% \\ = 44,056\% - 46,667\% = -2,61 \text{ prosenttiyksikköä}$$