

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

6. harjoitus, viikko 6 (27.2.–3.3.2017)

R1	ma	12–14	F249	R5	ti	14–16	F453
R2	ma	14–16	F453	R6	to	12–14	F104
R3	ti	08–10	F140	R7	pe	08–10	F425
R4	ti	12–14	F453	R8	pe	10–12	F249

(I) 6. harjoituksissa käydään läpi ensimmäisen välikokeen malliratkaisut. (Malliratkaisut löytyvät tämän tiedoston loppuosasta.)

(II) 6. harjoituksissa käydään kerran läpi viikon 7 STACK-tehtävät.

(III) Haetaan vastaus seuraavaan ongelmaan:

1. Verrataan kahta projektia. Projektin A perusinvestointi on 2 100€ ja se tuottaa kahden vuoden ajan 100€/kk. Projektin B perusinvestointi on 10 000€ ja se tuottaa viiden vuoden ajan 200€/kk. B projektiin liittyy jäännösarvo $JA = +500$ € viimeisen toimintajakson lopussa. Kassavirroissa on huomioitu vain liiketoiminnan tuotot ja kustannukset. Rahoitusmenoja ei ole vielä laskettu mukaan.

Yritys voi rahoittaa projektejaan lainarahalla, johon liittyvä korko on 4% (p.a.).

Kumpi projekteista on kannattavampi?

(Ohje: nyt ei tarvitse soveltaa kaikkia mahdollisia mittareita – riittää, että muodostat perustellun valinnan: 'parempi kahdesta'.)

Voit ottaa mallia esimerkeistä, jotka löytyvät tiedostosta

<http://lipas.uwasa.fi/~mla/orms1030/orms1030Uva17Esim4R.pdf>

Mittareita löytyy myös kalvosarjasta:

<http://lipas.uwasa.fi/~mla/orms1030/L15.pdf>



Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

Opettaja: Matti Laaksonen

A

A1. välikoe torstaina 16.2.2017

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja (MAOL tai vastaava). Kun teet tehtävän, niin käsittele kaikki sen alakohdat.

A1. (a) Laske 3,25% todelliseen vuosikorkoon liittyvä kuukausikorkokanta.
(b) Mikä on todellinen vuosikorko, kun kuukausikorkokanta on 0.0017579038?
(c) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun lainan määrä on 2000 €, laina-aika on 15 kuukautta, laina hoidetaan kuukausierinä, ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 4,15%.

Ratkaisu: a)

$$\begin{aligned}(1 + i_{kk})^{12} &= 1.0325 \\ \Leftrightarrow 1 + i_{kk} &= 1.0325^{1/12} \\ \Leftrightarrow i_{kk} &= 1.0325^{1/12} - 1 = 0.002668808768\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}(1 + i_{tod})^{12} &= 1.0017579038^{12} = 1.021299991 \\ \longrightarrow \text{todellinen vuosikorko on } &2.13\%\end{aligned}$$

c)

$$k = \frac{i \cdot (1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot K_0 = \frac{[1.0415^{1/12} - 1] \cdot 1.0415^{15/12}}{(1.0415^{15/12} - 1)} \cdot 2000 \text{ €} = 136.98 \text{ €}$$

(Tarkistus: $15 \cdot 136.98 \text{ €} = 2054.70 \text{ €}$, OK)

c-kohdassa voi myös käyttää kaavaa

$$\begin{aligned}k &= K \cdot q^n \cdot \frac{(1-q)}{(1-q^n)}, \quad \text{missä } q = 1 + i = 1.0415^{1/12} \\ &= 2000 \text{ €} \cdot 1.0415^{15/12} \cdot \frac{(1 - 1.0415^{1/12})}{(1 - 1.0415^{15/12})} = 136.98 \text{ €}\end{aligned}$$

Vastaus: a) kuukausikorkokanta on 0.002668808768, b) todellinen vuosikorko on 2.13 %, c) kuukausierä on 136.98 €.

Muiden tehtäväversioiden vastaukset:

- B: a) 0.001790593419, b) 3.28 %, c) 56.93 €.
C: a) 0.003313926190, b) 3.83 %, c) 269.04 €.
D: a) 0.004352608056, b) 4.17 %, c) 116.55 €.

A2. Yritys valmistaa eräällä tuotantolinjallaan q tuotetta kuukaudessa. Valmistettavan tuotteen kysyntäfunktio on $p = 20 - 0.030q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0.02q^2 + 6q + 100$. Millä tuotannon määrällä voitto on suurin mahdollinen? Mikä on maksimivoitto.

Ratkaisu: Myynnistä saatu tuotto ja sen derivaatta:

$$\begin{array}{ll} \text{kysyntäfunktio} & p = 20 - 0.030q \\ \rightarrow \text{ tuottofunktio} & R = 20q - 0.030q^2 \\ \rightarrow \text{ rajatuotto} & MR = 20 - 0.06q \end{array}$$

Kustannusfunktio ja sen derivaatta:

$$\begin{array}{ll} \text{kustannusfunktio} & C = 0.02q^2 + 6q + 100 \\ \rightarrow \text{ rajakustannus} & MC = 0.04q + 6 \end{array}$$

Optimisissa:

$$\begin{aligned} MC &= MR \\ \Leftrightarrow 0.04q + 6 &= 20 - 0.06q \\ \Leftrightarrow 0.1q &= 14 \quad || \cdot 10 \\ \Leftrightarrow q &= 140 \end{aligned}$$

Voitto, kun valmistetaan 140 tuotetta kuukaudessa:

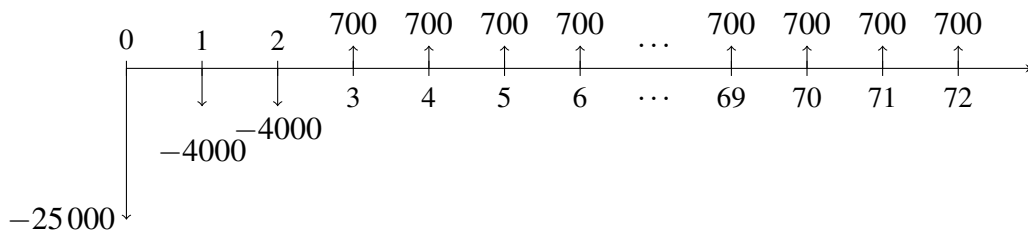
$$\begin{aligned} P(140) &= R(140) - C(140) \\ &= (20 \cdot 140 - 0.030 \cdot 140^2) - (0.02 \cdot 140^2 + 6 \cdot 140 + 100) \\ &= 2800 - 588 - 392 - 840 - 100 = 880 \text{ (€/kk)} \end{aligned}$$

Vastaus: Voitto on suurin mahdollinen, kun valmistetaan 140 tuotetta kuukaudessa. Voitto on silloin 880€ kuukaudessa.

(B,C ja D versioissa sama tehtävä ja sama vastaus.)

A3. Yrittäjä ostaa koneen ja aloittaa uuden tuotantolinjan. Koneen ostohinta on 25 000 €. Koneen asentaminen ja koekäyttö kestää kaksi kuukautta ja sitoo kaksi työntekijää, joiden palkkameno asennusjaksolta on 2000 €/kk/hlö. Asennusjakson jälkeen alkaa tuotanto, joka tuottaa yrittäjälle nettotuloa 700 €/kk. Mikä on projektin nykyarvo, kun laskentakorkona on 8,00% (todellinen vuosikorko)? *Projektin koko kesto on 6 vuotta (70kk nettotuloa).*

Ratkaisu:



Pohjustusta:

$$1 + i = 1.08^{1/12}, \quad \text{ja} \quad q = \frac{1}{1 + i} = 1.08^{-1/12}$$

$$\begin{aligned} NPV &= -25\,000\text{€} + \frac{-4\,000\text{€}}{(1 + i)} + \frac{-4\,000\text{€}}{(1 + i)^2} + \sum_{k=3}^{72} \frac{700\text{€}}{(1 + i)^k} \\ &= -25\,000\text{€} + \frac{-4\,000\text{€}}{1.08^{1/12}} + \frac{-4\,000\text{€}}{(1.08^{1/12})^2} + \underbrace{\frac{700\text{€}}{(1.08^{1/12})^3} \cdot \frac{(1 - (1.08^{-1/12})^{70})}{(1 - (1.08^{-1/12}))}}_{= a_1 \cdot \frac{(1 - q^n)}{(1 - q)}} \\ &= 5926.20\text{€} \end{aligned}$$

Vastaus: Kassavirran nettonykyarvo on 5926.20 €

Muiden tehtäväversioiden vastaukset: B: 4261.41 €, C: 3069.38 €, D: 4234.86 €.

A4. (a) (1p) Selitä lyhyesti sanallisesti, mitä tarkoittaa ja miten lasketaan $y:n$ jousto $x:n$ suhteen. Voit antaa lausekkeenkin, mutta tärkeämpää on nyt antaa sanallinen kuvaus asiasta.
 b) (3p) Erään tuotteen kysynnän hintajousto on -1.55 . Tuotteen hinta on nyt $10,25\text{€}/\text{kpl}$ ja sen kysyntä on $1\,200\text{ kpl}/\text{kk}$. Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen hintaa lasketaan 0.50 eurolla?
 c) (2p) Miten b-kohdassa kuvattu hinnan muutos muuttaa myynnistä saatavaa tuottoa? Voiko b-kohdassa annettujen tietojen perusteella ratkaista, oliko hinnan muutos kannattava? Miten?

Ratkaisu:

a) Jos pieni muutos $x:n$ arvossa aiheuttaa pienen muutoksen $y:n$ arvossa, niin kytkennän vahvuutta voidaan mitata vertaamalla prosenttimuutoksia:

$y:n$ jousto $x:n$ suhteen on $y:n$ prosenttimuutos jaettuna $x:n$ prosenttimuutoksella.

$$\frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

b) Annetut tiedot

hinta nyt	$p = 10,25\text{€}/\text{kpl}$
hinnan muutos	$\Delta p = -0.50\text{€}/\text{kpl}$
kysyntä nyt	$q = 1\,200\text{ kpl}/\text{kk}$
kysynnän muutos	$\Delta q = x$
kysynnän hintajousto	$\eta = -1.55$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \eta & \Leftrightarrow \frac{x}{-0.50\text{€}/\text{kpl}} \cdot \frac{10,25\text{€}/\text{kpl}}{1\,200\text{ kpl}/\text{kk}} = \frac{-1.55}{1} \quad \text{|| 'kerrotaan ristiin'} \\ \Leftrightarrow x = \frac{-1.55 \cdot (-0.50) \cdot 1\,200\text{ kpl}/\text{kk}}{10,25} &= 90.7\text{ kpl}/\text{kk} \approx 91\text{ kpl}/\text{kk} \end{aligned}$$

c)

tuotto ennen hinnan alennusta	$R_1 = 10.25 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} \cdot 1200 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}$	$= 12\,300.00\text{€}/\text{kk}$
tuotto hinnan alennuksen jälkeen	$R_2 = 9.75 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} \cdot 1290.7 \frac{\text{kpl}}{\text{kk}}$	$= 12\,584.33\text{€}/\text{kk}$
tuoton muutos	$R_2 - R_1$	$= 284.33\text{€}/\text{kk}$

Hinnan muutoksen kannattavuudesta ei nyt voi sanoa mitään, koska emme voi arvioida kustannusten muutosta.

Vastaus: a) ks. yllä, b) Kysyntä kasvaa noin 91 tuotetta kuukaudessa (7.6%),

c) tuotto kasvaa 284.33 euroa kuukaudessa, mutta hinnan muutoksen kannattavuutta ei voida arvioida koska kustannusten muutosta ei tiedetä.

Muiden tehtäväversioiden vastaukset:

B: b) $-80\text{ kpl}/\text{kk}$ (-8.0%), c) $\Delta R = -614.81\text{€}/\text{kk}$,

C: b) $210\text{ kpl}/\text{kk}$ (14.0%), c) $\Delta R = 696.77\text{€}/\text{kk}$,

D: b) $220\text{ kpl}/\text{kk}$ (20.0%), c) $\Delta R = 990.00\text{€}/\text{kk}$.